

連載：すうトレッチ (第 15 回)

「すうトレッチ」は今回で 15 回目を迎えます。パズルのように解ける問題と、受験生の授業でも扱えるようなレベルの問題を 3 問集めました。また、今回は簡単な解説も掲載しました。ぜひご活用ください。それでは問題です。

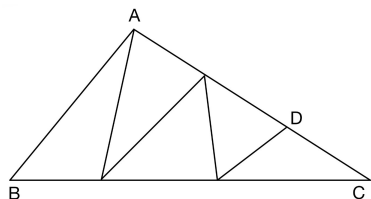
【問題 1】

A さんと B さんがじゃんけんを 10 回勝負をした。

- ・A さんはグーを 3 回、チョキを 6 回、パーを 1 回出した
 - ・B さんはグーを 2 回、チョキを 4 回、パーを 4 回出した
 - ・あいこは 1 回もない
- どちらが何対何で勝っただろうか？

【問題 2】

図のように、AC の長さが 8、BC の長さが 10 の $\triangle ABC$ がある。 $\triangle ABC$ の内側にある 5 つの三角形の面積がすべて等しいとき、DC の長さは？



【問題 3】

次の定積分の値を求めよ。

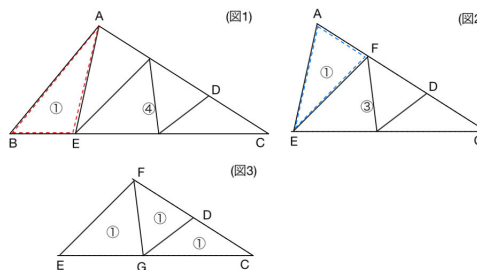
$$\int_{-1}^1 \frac{x^2}{1+e^x} dx$$

【略解 1】

あいこが一度もないので、それぞれの勝負で A と B が同じ手を出すことはない。ここで、チョキの回数に着目すると、A が 6 回、B が 4 回の合計 10 回チョキを出している。10 回の勝負で必ずいずれか一方のみチョキを出していることになる。A が出したチョキ 6 回については、B はグーを 2 回、パーを 4 回出すので、A の 4 勝 2 敗となる。また、B が出したチョキ 4 回については、A はグーを 3 回、パーを 1 回出すので、A の 3 勝 1 敗となる。よって A と B の対戦結果は **7-3 で A の勝利** となる。

【略解 2】

図 1 のように 5 つの三角形を 1:4 に分けて考えて、点 E をとる。このとき、 $BE = 2$ 、 $EC = 8$ となる。次に、図 2 のように 4 つの三角形を 1:3 に分けて考えて、点 F をとる。このとき、 $AF = 2$ 、 $FC = 6$ となる。次に、図 3 のように 3 つの三角形を考えて、点 G をとる。 $FD : DC = 1 : 1$ であり、 $FC = 6$ より、 $DC = 6 \div 2 = 3$ となる。



【略解 3】

$$\int_{-1}^1 \frac{x^2}{1+e^x} dx = \int_{-1}^0 \frac{x^2}{1+e^x} dx + \int_0^1 \frac{x^2}{1+e^x} dx$$

ここで $\int_{-1}^0 \frac{x^2}{1+e^x} dx$ について $x = -t$ とおくと

$$\int_1^0 \frac{t^2}{1+e^{-t}} (-1) dt = \int_0^1 \frac{e^t t^2}{e^t + 1} dt = \int_0^1 \frac{e^x x^2}{e^x + 1} dx$$

である。これを用いて与式を計算すると

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= \int_0^1 \frac{e^x x^2}{e^x + 1} dx + \int_0^1 \frac{x^2}{1+e^x} dx \\ &= \int_0^1 \frac{x^2(1+e^x)}{1+e^x} dx = \int_0^1 x^2 dx \\ &= \frac{1}{3} [x^3]_0^1 = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

【編集委員会】