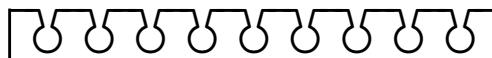


連載：すうトレッチ（第15回）

「すうトレッチ」は今回で15回目を迎えます。パズルのように解ける問題と、受験生の授業でも扱えるようなレベルの問題を3問集めました。また、今回は簡単な解説も掲載しました。ぜひご活用ください。それでは問題です。



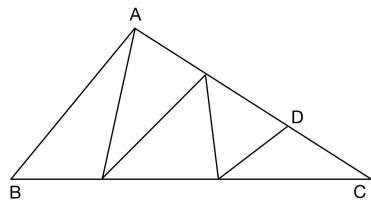
【問題1】

- AさんとBさんがじゃんけんで10回勝負をした。
 ・Aさんはグーを3回、チョキを6回、パーを1回だした
 ・Bさんはグーを2回、チョキを4回、パーを4回だした
 ・あいこは1回もない
 どちらが何対何で勝つただろうか？



【問題2】

図のように、ACの長さが8、BCの長さが10の△ABCがある。△ABCの内側にある5つの三角形の面積がすべて等しいとき、DCの長さは？



【問題3】

次の定積分の値を求めよ。

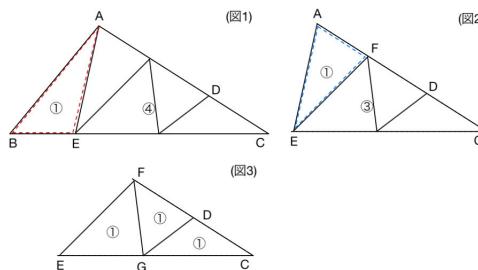
$$\int_{-1}^1 \frac{x^2}{1+e^x} dx$$

【略解1】

あいこが一度もないで、それぞれの勝負でAとBが同じ手を出すことはない。ここで、チョキの回数に着目すると、Aが6回、Bが4回の合計10回チョキを出しているので、10回の勝負で必ずいずれか一方のみチョキを出していることになる。Aが出したチョキ6回については、Bはグーを2回、パーを4回だすので、Aの4勝2敗となる。また、Bが出したチョキ4回については、Aはグーを3回、パーを1回出すので、Aの3勝1敗となる。よってAとBの対戦結果は7-3でAの勝利となる。

【略解2】

図1のように5つの三角形を1:4に分けて考えて、点Eをとる。このとき、BE=2、EC=8となる。次に、図2のように4つの三角形を1:3に分けて考えて、点Fをとる。このとき、AF=2、FC=6となる。次に、図3のように3つの三角形を考えて、点Gをとる。FD:DC=1:1であり、FC=6より、DC=6÷2=3となる。



【略解3】

$$\int_{-1}^1 \frac{x^2}{1+e^x} dx = \int_{-1}^0 \frac{x^2}{1+e^x} dx + \int_0^1 \frac{x^2}{1+e^x} dx$$

ここで $\int_{-1}^0 \frac{x^2}{1+e^x} dx$ について $x=-t$ とおくと

$$\int_1^0 \frac{t^2}{1+e^{-t}} (-1) dt = \int_0^1 \frac{e^t t^2}{e^t + 1} dt = \int_0^1 \frac{e^x x^2}{e^x + 1} dx$$

である。これを用いて与式を計算すると

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= \int_0^1 \frac{e^x x^2}{e^x + 1} dx + \int_0^1 \frac{x^2}{1+e^x} dx \\ &= \int_0^1 \frac{x^2(1+e^x)}{1+e^x} dx = \int_0^1 x^2 dx \\ &= \frac{1}{3} [x^3]_0^1 = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

【編集委員会】