

自分をピクトグラムで表現しよう

～数学C 式と曲線～

幕張総合高等学校 小嶋 麻依子

1 はじめに

数学科の教員ではあるものの、経験年数が増えていくにつれて、同僚の先生方との出会いに恵まれ、入試のために躍起になる方、問題演習形式の授業がとても熱心な方などがあり、自分は何に力を入れていくことが、自分の持ち味を生かせるのか、常に考えた。

2 学習指導要領から引用

日常生活や社会の事象などは、そのままでは数学の舞台にのせることができないことがある。そのため、事象を数学化する際には、事象に潜む関係を解明したり活用したりするなどの目的に則して、事象を理想化したり抽象化したりして、条件を数学的に表現するかどうかを判断するために、数学的な結果を具体的な事象に則して解釈することも必要である。このような問題発見・解決の基礎をなす技能を身に付けることにより、事象を数学の舞台にのせ、理論を構築して体系化し、条件が等しい事象について考察することができるようになる。

そこで私は、「粘り強く考え方数学的論拠に基づいて判断しようとする態度」を育てるこに力を入れたい。数学に限らず多くの問題は、単に公式を当てはめるだけで解くことができるものを除き、解決の糸口を見いだすことが大切である。一方で、これが容易ではないことが多い。それゆえ、より分かりやすい具体的な問題に置き換えたり、類似の問題を探し、具体的に多くの場合を書き出したり、コンピュータを利用してシミュレーションをしたりして試行錯誤をすることになる。解決の糸口が見つかれば、式で表現して処理したり、論理的に考察したりして結果を得ることができる。そして、結果の妥当性について判断する。大切なことは、粘り強く考え方続けることであるが、一人一人の考え方を受け入れ、問題解決に生かしていくことをする学習集団でなければ粘り強く考え方続ける態度は育ちにくい。そのような学習集団を育てるため、一人一人の考え方を、正しいか正しくないかを判断して正しくないときに切り捨てるのではなく、どうしてそのように考えたのかを確認し、他の意見と比較するなどして自分の考え方を改善させよりよい考え方へ進ませるようにすることが大切である。

3 教材研究の背景

過去の教え子から、「極方程式」だけ理解できずに、高校を卒業し、大学の教育学部数学科に合格をしたという話を聞けたので、理系の生徒にとっても、数学Ⅲを選択せず数学Cの選択だけになる生徒にとっても、「極方程式」の単元のよさを感じ取ることができる授業を開拓したい、と考えた。

2024（令和6）年パリオリンピックが開催された。当時、3学期制の学校に在籍していたので、2学期以降の教材研究、3年生の授業展開を試行錯誤していた。

パリ五輪・パラリンピック大会組織委員が発表した、五輪とパラリンピックの競技や種目を表す62種類のピクトグラム（図記号）が多く飛び交っていた。「シメントリー（左右対称）を取り入れた紋章型」であり[1]、極座標を学習した後に、このデザインのことをもとに学習できること、極座標の理解も深まるだろうと考えた。

また、教科「理数探究」の科目が始まったこともあり、千葉県総合教育センターのカリキュラム開発部科学技術教育班からも「既存の教科と教科『理数』の相互発展に関する研究」が進められていることが、冊子「科学技術教育 通巻235号」[2]より理解できたので、自分も授業を教科横断型で探究活動のようにデザインできれば、生徒たちの生きる力をより具体化できると考えた。

「何を理解しているか、何ができるか」「理解していること・できることをどう使うか」「どのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか」を、軸に「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善の推進のひとつとして、この授業実践を試みた。

4 教材（題材）観

授業は、学習指導・生徒指導・進路指導の3本の柱がしっかりと立っていることが大事である。学習指導はもちろんのこと、学習内容から今後答えのない社会を生き抜いていくためのその先を見通す力が必要になってくる。

私は、高校の恩師に「一隅を照らせ」と常々指導を受けていた。いまや、高校の学習指導内容は、動画配信サイトで教員以外の多くの方が配信している。その中で、集団生活を送ることができ、かつ、ICT機器を活用することができる、学校現場でできることは何かを常日頃から考えている。また、昨今「総合的な探究の学習」や「教科横断的な学習」が話題になっている中で、数学の新しい単元でなにか実現できないかと模索していた。今回、前任校の重点目標のひとつである「生徒一人一人のキャリアプランに応じた進路実現」を新たな視点で発掘できるように、自分を表す「ピクトグラム作成」に着目した。

「問題提起→テーマ設定→式数化への処理→関数グラフソフトを用いたグラフ作成→発表資料作成→発表→他の班の発表を聞く→自分なりに考察」という、一連の統計的探究プロセスを踏む、学習をさせることができた。

あわせて、スマートフォンを活用することに着目した。ICT機器の利用促進のため、大いに活用した。不慣れな生徒が多かったが、教員や得意な生徒に聞きながら、取り組むことができた。社会に出たときや大学進学した際に、どこかで今回の経験が役立てばと願っている。

5 授業実践

(1) 実践の概要

- ア. 対象；千葉県内公立高等学校 第3学年 36~40名の3クラス（理系選択者）
筆者にとって、前所属校。
筆者のみが、教科担当1名で、数学Cを3クラス。
- イ. 日時；令和6年11月中旬から4時間
- ウ. 単元；数学C「式と曲線」
- エ. 教育課程；標準単位の2+1の3単位。理系全員必修。
理系の数学IIIは、3+1の4単位。
数学IIIあるいは数学β（学校設定科目）いずれかの選択
数学βは筆者が教科担当。

(2) 実践の流れ

単元；数学C「式と曲線」

第2節 媒介変数表示と極座標

1	曲線の媒介変数表示	7時間
2	極座標と極方程式	7時間
3	今後の流れ説明 (ピクトグラムの一部紹介、数式表現練習、感想共有)	1時間
4	自身のピクトグラム作成 下書き、レイアウト書き	1時間
5	発表準備の資料作成 班ごとに、代表者選出	1時間
6	発表会	1時間

発表会については、事前に、3学年所属の数学科の先生方やクラス担任等に、生徒自作の招待状を添えて指導案を渡し、発表会を公開授業形式とした。

(3) 事例のピクトグラムの感想の評価規準と感想¹⁾

数学的表現を用いているか。

直交座標、斜交座標、極座標のメリット、デメリットを生かして、ピクトグラムをデザインされているかに着目して感想が書けているか。

ア. パリオリンピックのピクトグラム（生徒の感想一部抜粋）

- (a) シンプルで直交座標をベースにバランスが整えられていて、視認しやすい。また、直交座標のメリットは、スポーツの動きを表現する時に水平垂直なラインが安定感を生むが、デメリットは躍動感が制限される可能性があることだと思う。

¹⁾ 前任校のことなので、しっかりとした記録が残っていないので、生徒との雑談の記憶で述べている。

- (b) ただ絵を描いているだけだと思っていたが、対称性が意識されているように描いてある、と鑑賞できるようになった。感性だけでなく数学でも特徴ある絵を描けることに驚き。
- (c) 対称性をもつものが多い。対称性はコートなどの競技の公平性を象徴していると思った。
- (d) パリのピクトグラムよりも東京の方がどの競技なのかわかりやすい。

イ. 企業や志望大学や指定校推薦等での進学予定大学、交通標識のロゴ [3] (ぜひ、生徒たちの感想からどこの企業や大学のことを書いているのか当ててみてください。)²⁾

(a) 企業

カージオイドを 90° 回転させて中にもう 1 個円もしくは橢円をかけば完成できそう。

(b) 大学

周りを囲む大学名などを除けば x 軸、 y 軸、 $y = x$ などで対称できれい。

(c) 交通標識

$y = \tan \theta$ のグラフのようだ。関数の増減が変わっている部分見えておもしろい。

別々の生徒が、同じ交通標識のことをいっている。

(4) ピクトグラムの清書かつ数式で表現

注) カラーで表現できる生徒は表現させ、提出させた。

注) 今回は、この原稿執筆にあたり、生徒の式をもとに、筆者が「desmos」[5] ですべて手入力しなおした。式等は、添付<図4>の QR コードに 3 つまとめて格納した。[6]

図 1



図 2

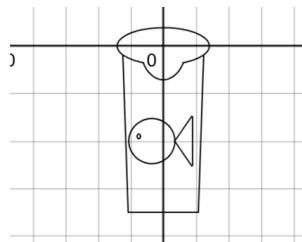


図 3

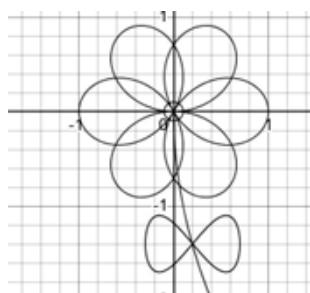


図 4



(5) 筆者の講評、参観していただいた先生方の講評

²⁾ 今回、課題の正式な解答は、本実践の意図からずれるため、生徒判断の個々の感性に委ねた。式の正当性は問うてない。

極座標のよさを全面に出している作品と、ピクトグラムを表現したいことに焦点をあてたものにわかれていた。どの生徒も、オリジナルで自分を象徴するピクトグラムを丁寧に表現していた。卒業記念作品として、デジタルで私に届けてくれて、教員としての醍醐味を味わった。カラーで提出してくれた作品や、「音」をつけてくれた作品もあり、発表会はどのクラスも、その生徒の「人となり」がわかり、新たな発見で、盛り上がっていた。

ちなみに、「音符の作品」は、ト音記号を曲線で表現するのは、難易度が高すぎたのでへ音記号表示になっており、演奏すると、本人を表現する曲になる。「魚」の作品は、某カル〇〇会社のお菓子をイメージしている。前の出っ張りは「蓋」である。当時、水産系の学部へ進学を希望していた。「花」の作品がやっと極座標で提出してもらえた。それくらい、極座標表示が生徒たちにとって困難を極めていた。教科書等で紹介のあった正葉曲線を、試行錯誤しながら作品を仕上げていた。

6 本時までの授業の目標

(知；知識・技能、思；思考・判断・表現、主；主体的に学習に取り組む態度)

- 探究問題解決過程を振り返って、その事象の数学的な特徴を考察することができる。<思、主>
- コンピュータなど ICT 機器の活用をする。ただし、コンピュータを利用していろいろな曲線を表示するとき、例えば、極座標の表示や、橍円、双曲線の表示が必ずしもうまくいくとは限らない。その場合は、曲線の概形を知る程度の受け止め方でよい。<主>
- 新しい概念として極座標と定義し、極座標を用いて既習の曲線を表したり、極座標を使うことで容易に表せる曲線について考察することができる。<思・主>
- 現在の高校数学では座標は直交座標が主流で、しかも座標の変換は考えない。極座標は生徒にとって最も理解しにくいものである。それを扱い、グラフで表現することで、理解度を高める。<知・思>
- コンピュータを用いて曲線を描くことにより、曲線を視覚的に理解・納得できるようにする。<思・主>
- コンピュータを利用して、いろいろな曲線を描き、その形を観察しようとする。<主>
- 生徒が意欲をもって学習を進めることができるよう、身近なテーマとして、本校の重点目標のひとつに焦点を当てた。総合的な探究学習が、今後の数学の学習に対するさらなる動機付けとができる。<主>
- パリオリンピックのピクトグラムを、2学期の開始時・極座標の分野終了時とそれぞれを見せた。極座標の学習を終えて、極座標平面での見方で、ピクトグラムを見ることができる。<主>
- 自分が気になる企業や学校のマークを探して、見つけた理由、好きな理由、数式での表現方法を、既習事項の中から探すことができる。<知・思・主>
- 課題を自分事と感じ、探究的な学習を通して積極的に地域社会に関わり、関連するテーマや研究への理解を深め、具体的な活動や提案を行うことができる。<知、思、主>

7 2学期末定期考査の提示

- (ア) 図形の概形表示6種類を提示。
- (イ) それに関して、媒介変数表示あるいは極方程式の選択肢から選択。
- (ウ) さらに、それぞれについて、図形の概形の通称名と Wikipedia やニッセイ基礎研究所「曲線にはどんな種類があってどう社会に役立っているか」、教科書を参照して説明文を作成。

8 まとめ

この一連の授業が、生徒にとって受験期真っ只中で苦労するだろう、受け入れてもらえないだろう、と消極的に受け止めていた。しかし、実際には、自分を見つめ直すよい時間、デジタルアートを一度作成してみたかったからよい思い出となった、自分を数式で自由に表現できて有意義な時間となった、など生徒からは肯定的な意見も多く寄せられた。

発表を発表会形式にしたので、クラスメイトの新たな一面が見ることができたし、どの生徒も高校数学の集大成となるようなありとあらゆる数式を駆使していたので、みんなの数学的な力に驚かされた、という意見もあった。

また、筆者がオリジナルの授業をしようとしてすることにずっと否定的な生徒もいた。そういう生徒は、「ピクトグラム」作成もあっさりと終わり、自身の受験問題演習に専念してしまっていた。果たして、その生徒は、望む志望校に合格したのだろうか？悔やまれる。

初任の頃より、「 $\alpha - \omega$ 」は愛読書になっている。自身の「原点」の原稿[7]を改めて読みかえしてみると、「生徒から教わることが多い」や「教員としての醍醐味」を感じる、高校の恩師の名言「一隅を照らせ！」という表現が見受けられた。創作ツールが広がり、人間の表現や創作の在り方が改めて問われる時代になった。数学から派生してできることを授業で生徒に還元していきたい。今年度については、久しぶりに異動し、新天地で今まで通り授業展開できないことに右往左往している。しかし、本校の生徒はそんな私に静かについてきてくれている。単元ごとに実施している「振り返りシート」から読み取れる。

未熟な私の原稿で大変恐縮である。県内の数学の先生方からご指摘をたくさんいただきないと、成立していない論述もとても多いと思う。多くの数学科の先生方の目に触れることで、改善できる点や授業設計を見直していければ、と常に熟考している。

参考文献

- [1] パリオリンピックのピクトグラムが発表、「紋章型」62種類：読売新聞 (yomiuri.co.jp)
<https://www.yomiuri.co.jp/sports/etc/20230209-0YT1T50073/> 読売新聞オンライン 2023年2月9日
- [2] 千葉県総合教育センター カリキュラム開発部 科学技術教育班
 通巻 235 号「科学技術教育」 p41

[3] ロゴ, ピクトグラム提供にご参加いただいた, 各企業・団体様 (パリオリンピック, 東京
オリンピック, NTT, 東京理科大学, 国土交通省の交通標識「右方背向屈曲あり」)

[4] 高等学校学習指導要領 (平成 30 年告示) 解説 数学編 理数編 文部科学省

[5] desmos Desmos — グラフ計算機 <https://www.desmos.com/calculator?lang=ja>

[6] QR コード作成/無料版 おまとめ QR <https://qr.quel.jp/form-omatome.php>

[7] 水野麻依子「原点 意志あるところに道あり」 $\alpha\text{-}\omega$ 47 号, p58, 2010 年 3 月