

「統計学ができる生徒」とは ～PPDACサイクルの原典に注目して～

千葉女子高等学校 西川 洋一郎

1 はじめに：本稿の目的

必修科目である数学Ⅰに仮説検定が設定され、全国で統計教育の指導とその充実が図られている。しかしながら、依然として統計教育の困難性は存在する。自身も同僚と統計教育について話をする中で、数学を教授するという行為は構造指向を重要視するもので

あり、統計教育は数学教育の範疇ではない、という意見等を耳にする。そして多くの教員(自身を含め)が高校生、大学生の時に統計を学んでいないという事実がある。さらに、指導要領解説には「PPDACサイクル(図1)」「批判的(思考)」という新しい知識の記載があり、教員が日々の中でこれらについて学び、研究をしながら教材を開発するのは困難を極める。

結果として「統計の授業を通して、何を生徒に獲得させるべきなのか」という問いに答えるのが難しい状況なのではないか。そこで、PPDACサイクルの原典である論文を引用、まとめる。そして、先述の問いに対する一考察を述べるのが本稿の目的である。

図1

小学校、中学校の「データの活用」領域においては、「問題—計画—データ—分析—結論」の五つの段階からなる統計的探究プロセスを意識した、統計的な問題解決の活動が大切にされている。

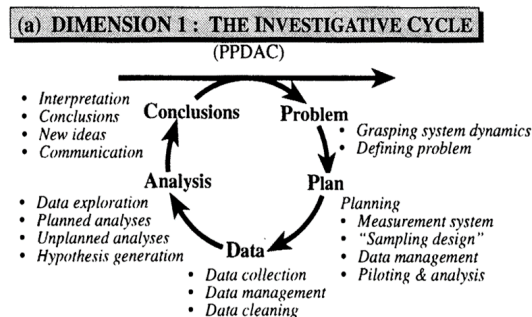
問題	・問題の把握	・問題設定
計画	・データの想定	・収集計画
データ	・データの収集	・表への整理
分析	・グラフの作成	・特徴や傾向の把握
結論	・結論付け	・振り返り

2 4つの次元とPPDACサイクルに関する説明

ア) Pfannkuchらが唱えた統計的問題解決のプロセスの4つの次元のうちの1つである。

統計的問題解決のプロセス、すなわち「なにかしらの問題を統計学の力を使って解決する際の一連の流れ」として Pfannkuch(1999)らは、4つの次元という枠組みで説明している。そのうちの次元1として、PPDACサイクルを提唱している。(図2)

図2

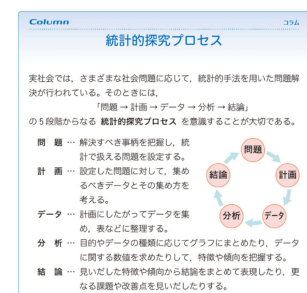


これは、統計教育の先進国であるニュージーランドにおいても紹介されており、ニュージーランドのカリキュラムを解説している「STATISTICS TEACHING AND LEARNING: THE NEW ZEALAND EXPERIENCE」において「データ探偵」(www.censusatschool.org.nz)として紹介しており、資料のような形で教科書に記載がある。

現在、中学校の教科書では PPDAC サイクルが明記されており、高等学校においても記載が見られる。(図3)

しかしながら、前述したように Pfannkuch らは統計的な問題解決のプロセスを「4つ」の次元から説明しており、次に示す次元1のみが、現在は教科書や指導要領上に記載され、周知されている状況である。

図3



イ) 4つの次元とその構造

ア) で述べたように Pfannkuch らは次元1の PPDAC サイクルだけでなく4つの次元をもってして統計的問題解決のプロセスを説明している。Wild, C, J & Pfannkuch, M(1999)[1]を訳し、主張をまとめた。4つの次元の表題は下記通りであり、以降次元2~4について紹介する。

次元1 探求サイクル (the investigative cycle : 先述の PPDAC サイクル)

次元2 思考の型 (types of thinking)

次元3 尋問的サイクル (the interrogative cycle)

次元4 態度・気質 (disposition)

次元2「思考の型」について

これは統計学者へのインタビューを通して見出された思考の型を分類・整理したもので、

①一般的な型 (GENERAL TYPES) はあらゆる問題解決に用いられるが、特に統計的な文脈に用いられる思考の型を指す。

②統計的思考の基本的型 (TYPES FUNDAMENTAL TO STATISTICAL THINKING) では統計的思考の型の中で、基本的なものについて紹介されている。内容は次のとおりである。

①一般的な型 (GENERAL TYPES)

T-1 戦略的思考 (Strategic) : これから何をするのか、それをどのように行うのかを決定することを目的とする思考。

T-2 説明の追求 (Seeking Explanations) : 問題場面に関する変量、因果関係、ばらつき等を可能な限り捉え、予測し、説明し、制御する思考。

T-2 モデル化 (Modeling) : 統計的モデルを作成し、それを用いてふるまいを理解、予測する思考。

T-3 技能の応用 (Applying Techniques) : 典型的な認識と利用、問題解決の道具の利用で

(b) DIMENSION 2 : TYPES OF THINKING

- GENERAL TYPES**
- **Strategic**
 - planning, anticipating problems
 - awareness of practical constraints
 - **Seeking Explanations**
 - **Modelling**
 - construction followed by use
 - **Applying Techniques**
 - following precedents
 - recognition and use of archetypes
 - use of problem solving tools
- TYPES FUNDAMENTAL TO STATISTICAL THINKING (Foundations)**
- **Recognition of need for data**
 - **Transnumeration**
 - (Changing representations to engender understanding)
 - capturing "measures" from real system
 - changing data representations
 - communicating messages in data
 - **Consideration of variation**
 - noticing and acknowledging
 - measuring and modelling for the purposes of prediction, explanation, or control
 - explaining and dealing with
 - investigative strategies
 - **Reasoning with statistical models**
 - **Integrating the statistical and contextual**
 - information, knowledge, conceptions

あり、「認識する」「応用する」「解釈する」の3段階を含む思考。

②統計的思考の基本的な型 (TYPES FUNDAMENTAL TO STATISTICAL THINKING(Foundations))

T-4 データの必要性の認識 (Recognition of need for data)：様々な決定を作為的に収集したデータに基づかせようとする、個人的な体験における証拠の不適切さを認識する思考。

T-5 表現の変換 (Transnumeration)：あるシステムをよりよく理解したり伝えたりするために、そのシステムの様々な側面のデータを表現し、さらに異なる表現に変換する思考。

T-6 ばらつきの考慮 (Consideration of Variation)：不確定な状況下における意思決定においてきわめて重要な意味を持つ、データのばらつきについて考慮する思考。

T-7 統計的モデルによる推論 (Reasoning with statistical models)：既存の統計的モデルを用いて、予測や推測をする思考。

T-8 統計的、文脈的の統合 (Integrating the statistical and contextual)：統計的な情報や知識、概念と文脈に関する情報や知識とを相互に関連付ける思考。Wild(1999) は PPDAC サイクルの全活動を通して学習者は文脈に関する知識と、統計に関する知識を統合させている、と述べている。例：医療に関する場面、すなわち文脈において、ある検査結果という統計情報を見た際に、医療に関する知識を持っている学習者ならば「擬陽性 (偽陰性) では？」と文脈の知識を統計の解釈に生かすことがあるだろう、ということ。逆に言えば、擬陽性や偽陰性という知識がない学習者は、検査結果という統計に対し疑いを持つことはない、ということになる。

次元3 尋問的サイクル (the interrogative cycle) について

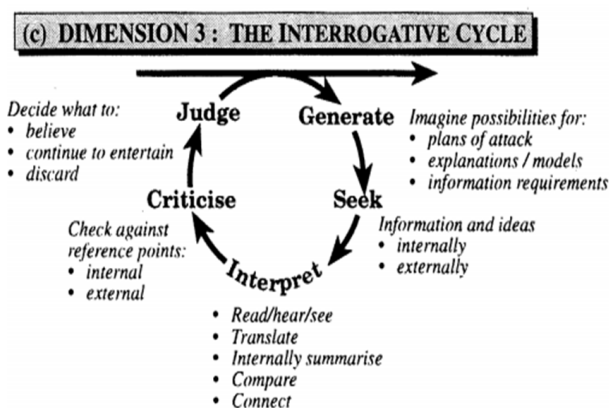
次元3は、統計的探究において絶えず用いられる包括的な思考に関するものである。このサイクルは PPDAC の各サイクルで絶えず行われているが、その内のいくつかは省略され、次の相 (P から P へ、P から D へ・・・) へと移動する。

I-1 生成 (Generate)：個人あるいはグループとして、様々な可能性を生み出すために想像することやブレインストーミング (発散技法, 自由連想法) すること。

例えば考え得る原因、説明、メカニズムの追求や、一つのシステムの諸部分の相互の関連付け、さらに、情報のギャップを埋めたり、アイデアをチェックしたり、あるいは問題や副次的問題へのアプローチを計画する際に適用する。

I-2 探索 (Seek)：記憶の中から関連ある知識を探し出したり (内的な探索)、外部の情報源から情報や発想を得たり (外的な探索) すること。

I-3 解釈 (Interpret)：探索の結果を「読む/見る/聞く→翻訳する→内部的に要約する→比較する→関連付ける」過程を経て加工すること。グラフや要約の内容をといった、他の統計的分析の成果を含むあらゆる形の情報に適用する。



I-4 批判 (Criticise) : 一貫性を「これは正しいか」「これは理にかなっているか」「これは私があるいは他の人が知っていることと整合するか」等と自問し、文脈的知識や統計的知識、諸制約に照らし、チェックすることであり、メタ認知を含む。

I-5 判断 (Judge) : 批判の最終到達点であり、何を維持したり何を捨てる (無視する) か、不確定にせよ何を考え続けるべきか等について判断すること。例えば、情報の信頼性、アイデアの有用性、計画の実行可能性、要約の「正しさ」、文脈的な事柄と統計的な理解との一致、矛盾する説明の相対的信頼性、一連の可能性のある物語の中で最も見込みのあるもの、より一層の研究の必要性、そしてモデルの生成やモデルからの推論に含まれる他のさらなる決定などに対して行う。この尋問的サイクルの働きは図4で示されているように、アイデアと情報の両面から途中での寄り道をしたり、細部を捨てながら、重要な部分を抽出する (distil = 蒸留して不純物を除くこと) こととある。

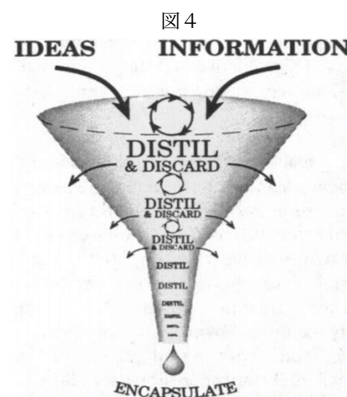


Figure 5. Distillation and encapsulation

次元4 態度・気質 (disposition) について

次元4は次元1から次元3を支える態度に関するものである。思考への従事に影響を与え、それを開始させさえする個人の資質で、具体的には次の8つが挙げられている。

D-1 懐疑的な態度 (Scepticism) : 「批判的な態度」ということもあり、新しいアイデアや情報を受け取る際に、理論的で事実に基づく不備に対して、絶えず警戒する頃に関わる。例えば「この情報/結論ははたして信頼性があるか」「この情報/結論は正当化されるか」という問いを持つ事である。

D-2 想像力 (Imagination) : ある状況を様々な観点から眺めること、可能性のある説明を考え出すこと、現象と説明とデータの特徴を混ぜ合わせることに関わる。

D-3 好奇心と注意力 (Curiosity and awareness) : 問題点に気づき、内的に問うことに関わる。例えば、「なぜか」「それはどのようにして起こったのか」「これはもっと一般的に起こるだろうか」「これをどうしたら活用できるか」という問いを持つ事である。

D-4 開放性 (Openness) : 自分の仮定に反する新しい発想や情報に留意し配慮することに関わる。

D-5 より深い意味を追求する気質 (A propensity to seek deeper meaning) : 物事を額面どおりに受け取るのではなく、より深く掘り下げる準備に関わる。

D-6 論理的な態度 (Being logical) : 妥当な結論に到達するための唯一確かな方法である、論理的な推論に関わる。

D-7 参加 (Engagment) : ある問題あるいは分野に強い関心を持つとき、その問題に関連する経験の周辺部に関する情報に対して、強い感受性と認識力を発揮することに関わる。

D-8 忍耐力 (Perseverance) : 自明。(Perseverance is self evident と記されている。)

(d) DIMENSION 4: DISPOSITIONS

- Scepticism
- Imagination
- Curiosity and awareness
 - observant, noticing
- Openness
 - to ideas that challenge preconceptions
- A propensity to seek deeper meaning
- Being Logical
- Engagment
- Perseverance

ウ) 4つの次元の内容まとめ

イ) で述べたように、PPDAC サイクルを支える 3 つの次元があることが分かった。

そして、これらは絶えず行われる思考や、手法であり「統計学者はどのように考えるのか」、ひいては本稿の表題である「統計学ができる生徒」の諸要素についての姿を描いているのではないだろうか。

以降、イ) を踏まえたうえで実際の指導を提案し、特に「批判的 (思考)」に触れる。

3 実際の指導の提案と要点

ここでは、前述までに述べた次元 1~4 の諸要素を授業で伸長することが、本稿のタイトルでもある「統計学ができる生徒」の伸長に寄与することにつながるとし、統計の内容を指導する際の提案と、要点を述べる。

例 1：仮説検定の場面において

提案：有意水準を議論する場面を設ける。

理由：T-8 統計的、文脈的の統合、D-6 論理的な態度に特に関係するため。

内容：一般に、数学 I の教科書では有意水準は 5 % であるものとして、特に理由もなく計算を手続き的に進める場合が多い。ここには、2 つの側面で統計的な能力の伸長を阻害し得る。

側面 1：文脈に応じて (例えば医学で設けられる有意水準と、もっと服など製品における誤差など、誤差が許容される文脈などにおける有意水準は異なるべきである) 有意水準を変えろという本来の手続きがなされず、単なる作業と化しており、統計学が文脈に影響を受け得る学問であることを無視している。

側面 2：「なぜ 5 % なのか？」と問わないことで、統計学、というよりも数理統計学の側面から理論を無視し得る態度を伸長してしまう。

下に示したのは、筆者が過去に仮説検定を実践した際の生徒の感想である。生徒自身もトップダウン式に有意水準を定めるのには違和感を感じており、この提案には意義があると主張する。

感想：基準を自分で決めて仮説を立てることに慣れたら
違和感を感じた。

例 2：分散や相関係数を指導する場面において

提案：文脈を元に、生徒に分散や相関係数を指導する。

理由：T-5 表現の変換 T、-8 統計的、文脈的の統合、D-6 論理的な態度に特に関係するため。

内容：分散や、相関係数はワークのようなもので計算練習のように指導する場面が多いだろう。しかし、それでは例 1 のように「なぜ」が生まれず、どのようなデータに対しても機械的に分散や相関係数を求め、考察してしまう可能性がある。

分散に関しては平易な例が多く存在する。「平均点が同じ 50 点のクラス A,B でも、0 点と 100 点がいるクラス、全員 50 点のクラス、どちらのクラスで授業がしやすいかな」「あるスキー選手 A,B はこのシーズンの平均飛距離は同じなのだけど、A 選手の方が最高記録も最低記録の

幅が広い。一方で B 選手は、毎回平均的な記録を出す。どちらの選手がすぐれている、と言えるかな」というように意見が分かれることに対し「散らばりがあるから（良い、悪い）」という説明させる機会を設けることで、文脈と統計的な知識がつながりつつ意義に迫ることができる。

例 3：文脈を用いて統計を指導する際に

提案：考えるべき変数を指摘させる

理由：T-5 表現の変換 T, -8 統計的、文脈的の統合、D-6 論理的な態度に特に関係するため。

内容：例えば条件付き確率での実践では、変数を指摘することで生徒がより深く文脈に即した分析をすることがわかっている。(例えば 西川 2023[2]) 具体的に言えば、偽陰性擬陽性の指導をする際に、授業者は確率の値に注視しがちであるが、「擬陽性になるのはなぜ？」と問うと「ナースさんが新人だったからじゃない？」「男性女性で反応率が違うんじゃない？」「何か普段から飲んでいる薬が影響するんじゃない？」といった変数を挙げる。実際の指導ではこれら是一切捨象され、理想化されたモデルで授業を行っている。そのこと自体が課題なのではなく「様々な変数が捨象され、理想化・単純化されたうえで今統計を学んでいるんだ」という意識をもち、また生徒に前置きをして、授業者は授業を行うべきである。

4 おわりに

よく「数学ができる」生徒像について、様々な状況下で教員による研究、議論が交わされていると感じる。他方、「統計学ができる」生徒像にどれだけ論じてきただろうか。数学 I、すなわち高校生の必修科目に統計学がこれだけ強く根付いた今、構造主義応用主義を超え、生徒に必要な力という視点で「統計学ができる生徒」について論じる時期が来たと強く感じる。なお「統計学は日本では教育されてこなかった」とよくご意見を頂戴するので、付録にて種々情報提供を行う。

5 <<付録>>

ここで、統計学も変遷に注目するため、算数・数学教育とはまた別に統計教育を推進している団体である全国統計教育研究協議会の歩みを概観する。1998 年に同団体が出版した「統計情報教育の理論と授業実践の展開」において、「統計教育の歩み年表」が付録のようにまとめられている。

統計教育の歩み年表のうち、特に注目すべきは62年の木村による提案「調べる-あつめる-まとめる-よみとる-価値づける」が挙げられるだろう。その前身となったのは42年岡村「あつめる-まとめる-よみとる」があり、木村(2005)は62年の提案を基にした5段階統計的探究プロセスに関して、『それは「統計処理の統計教育」(統計教育の基礎)を重視した発想でありました。統計は事後処理ではありません。統計的な知の創造、情報の想像を重視した統計教育の目標を既におよそ20年前から提唱してきたのですが、現代的価値はますます高まっている』と述べている。(下線筆者)

参考文献

- [1] Wild, C, J & Pfannkuch, M, 1999 年
 [2] 西川洋一郎, 「条件付き確率(原因の確率)とリスク教育～感染症を題材に～」, $\alpha - \omega$, 61号, 2023.
http://math.sakura.ne.jp/index.php?page_id=23#_27

付録

昭和21～29年 統計教育の発祥～播種期	
21年	アメリカ合衆国統計使節団来日
22年	「統計協力校」制度の発足(知事部局統計主管課・日本統計協会)
27年	「統計教育研究校」制度の発足(県教育委員会・知事部局共同)
昭和30～37年 統計教育の基礎確立期(統計教育カリキュラムの確立)	
30年	「全国統計教育研究大会」の第1回の開催(以降毎年開催)
37年	全国統計教育振興協議会(全統振)発足
昭和38～42年 統計教育の進展期(統計教育の学習指導における位置づけ)	
40年	昭和40年度版統計教育の手引きの発刊
41年	全統振主催「全国統計教育研修会」第1回の開催(以降継続開催)
42年	「統計を教える」技能重視の反省と「統計で教える」との融合指導原理の再確認 岡村秀夫氏による領域原理の提案「あつめる-まとめる-よみとる」
昭和43～47年 「教育の現代化」に対する積極的な挑戦期	
44年	機関誌『統計教育研究』(年2冊)の発刊
47年	全国統計教育研究協議会(全統研)へ発展
昭和48～55年 原点に立ち返った統計教育の実践の再確認期	
52年	昭和52年度 統計教育の手引き(改訂版)の発刊
55年	「統計で教える」を越えた「統計を教える」総合指導原理の確認
昭和56～62年 学会・研究者との共同による全統研・統計教育の活性化期	
57年	マイコン利用による統計教育の推進校公募
58年	マイコン分科会の設置
60年	文部省:小・中・高校への情報教育・マイコン導入の推進
62年	木村捨雄氏の統計教育の目標に対する新しい提案 「調べる-あつめる-まとめる-よみとる-価値づける」 愛媛県中林重祐奨励の「統計作文」の実践活動
昭和63～現代 21世紀を目指して望ましい統計教育	
-新しい学力観における統計活用能力の育成-	