

特集

共通テスト試作問題の解説と分析

令和7年度の大学入学共通テスト(以下、共通テスト)の問題作成の方向性と試作問題について、大学入試センターの Web ページで公開されている。その中で「令和7年度大学入学共通テストの出題教科・科目の問題作成方針に関する検討の方向性」の「数学」について、下記のように記載がある。

問題作成方針に関する検討の方向性

- 『数学Ⅰ, 数学 A』及び『数学Ⅱ』については、選択問題を含まず、全てを解答することとする。
- 『数学Ⅱ, 数学 B, 数学 C』については、「数学Ⅱ」は選択問題を含まず、全てを解答することとし、「数学 B」及び「数学 C」については、4項目のうち3項目の内容の問題を選択解答することとする。従来の『数学Ⅱ・数学 B』から出題範囲が増えることに伴い、各大問の分量については、内容と試験時間(70分)を踏まえて調整する。
- これまでの問題作成方針で示されている、「数学的な問題解決の過程」を引き続き重視しつつ、新学習指導要領に示されている、数学の各科目で育成することとされている資質・能力を一層重視したものとなるよう検討する。

これらの方針を受けて作成された試作問題の中でも、数学Ⅰ「データの分析」、数学 A「場合の数と確率」、数学 B「統計的な推測」、数学 C「平面上の曲線と複素数平面」については、特に変化が大きいところであり、同 web ページ内でも、各問題毎に概要が記載されている。本特集は、上記4つの試作問題について、問題の概要と分析、解答と解説を独自に行いまとめたものである。共通テストを意識した指導の一助となれば幸いである。また、実際の問題や大学入試センターによる概要については、上の QR コードからご確認いただきたい。



1 数学Ⅰ「データの分析」

問題概要と分析

国際空港の利便性について、得られたデータを分析し、主張の妥当性を仮説検定の考え方を利用し判断する問題である。データを分析することに力点をおいており、公式を使って計算するような問題ではなく、データの見方や、統計量を算出する式から読み取れることといった考察力が求められる。

(1) は四分位範囲と外れ値の基本的な問題である。四分位範囲については、最初からデータが大きい順になっており、四分位数と四分位範囲の求め方を理解していれば計算はほとんど不要である。また、外れ値を検討する問題がありこれは真新しい。なお、外れ値については定義が決まっているものではないため、出題される際は

外れ値について

- 次の値を外れ値とする。
- 「(第1四分位数) $-1.5 \times$ (四分位範囲)」
以下のすべての値
 - 「(第3四分位数) $+1.5 \times$ (四分位範囲)」
以上のすべての値

のように定義が添えられる。

(2) では、散布図から適当な箱ひげ図を選択することが求められる。散布図の軸である「所要時間」を「移動距離」で割った値なので、傾きに注目できるかが大切である。外れ値が箱ひげ図を特定する上でのファクターとして重要であり、かつ、続く箱ひげ図の外れ値が散布図上のどの点に対応するかを考察する問題もあり、徹底して外れ値にこだわるという出題者の強い意志を感じる。

次に、3つの記述についての正誤問題。

(Ⅱ), (Ⅲ) の記述については、データを1つ

新たに加えたとき、標準偏差や相関係数がどのように変化するかを考える問題である。統計量のもつ意味を理解していれば判断は容易であるが、数式でも理解できるよう指導をしたい。授業では統計量を公式にあてはめて計算して終わりにするのではなく、計算で求めた値の意味を考察したり、表計算ソフトなどを使って、標準偏差や相関係数といった統計量がどのように変化するかなどを実感させるといった工夫を心掛けたい。

(3)では「仮説検定の考え方」が出題されている。数学Ⅰの範囲では、確率分布や帰無仮説といった用語が使えないため、さいころの実験結果を利用したり、本文の説明が冗長になるが、出題の仕方も問題の程度も、教科書の練習問題とあまり変わらない印象である。

解答・解説

(1)既にソートは済んでいるので、データから第1四分位数は13、第3四分位数は25となり、四分位範囲は $25 - 13 = 12$

…タ、チの答え

外れ値の定義に従って、
「(第1四分位数) $-1.5 \times$ (四分位範囲)」と
「(第3四分位数) $+1.5 \times$ (四分位範囲)」を
計算すると、外れ値は「 -5 以下または 43 以上のすべての値」となる。よって、外れ値は56, 48, 47の3つである。 …ツの答え

(2)「移動距離」と「所要時間」の散布図から「1kmあたりの所要時間」を箱ひげ図にする。問題の図1に原点を通り傾きが1, 4である直線を書き入れたものが次の図である。

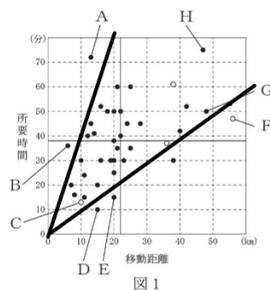


図1

傾き1の直線の下側の領域には3点存在するため、最小値は1以下である。与えられた箱ひげ図の中で最小値が1以下であるものは②のみである。 …テの答え

また、選択した箱ひげ図の最大値が4であり、傾きが4の直線の上側の領域にA, Bが存在するため、外れ値は①と④である。

…ト、ナの答え

次に、新空港の値を1つ加えたデータについて考える。新空港の値は「移動距離」「所要時間」「費用」それぞれの平均値と等しい。次の(I)~(III)についての正誤を判定する。

(I)新空港は、日本の4つのいずれの空港よりも、「費用」は高いが「所要時間」は短い。

→4つの日本の空港の中で「費用」が最も高いものは2500円を超えるが、新空港の「費用」は950円であるため誤り。

(II)「移動距離」の標準偏差は、新空港を加える前後で変化しない。

→平均値のデータを加えるので、データの偏り具合が減り、標準偏差は減少するため誤り。数式で考えれば、偏差が0のデータが加わることになり、「偏差の2乗の和」については変わらないが、データの個数が40から41になるため、元の標準偏差の $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{41}}$ 倍になる。

(III)「移動距離」と「所要時間」、「所要時間」と「費用」、「費用」と「移動距離」のそれぞれ2つの変量について、変量間の相関係数は、新空港を加える前後で変化しない。

→平均値と等しいデータを加えるので変化しない。正しい。したがって、⑥ …ニの答え

(3)P空港を利用した30人に、P空港は便利だと思うかどうかを尋ねる。「便利だと思う」と解答した人が30人中20人だったときに、「P空港は便利だと思う人が多い」といえるかどうか、5%の右側検定で考える。

帰無仮説を『「便利だと思う」と回答する割合と、「便利だと思う」と回答しない割合

が等しい』として、30人中20人以上が「便利だと思う」と回答する確率が5%未満であれば、仮説が誤っていると判断し、5%以上であれば、その仮説は誤っているとは判断しない。

ここで、30枚の硬貨を投げる実験を1000回行ったとき、表が20枚以上となった割合は表から5.8% ……ヌ、ネの答え

硬貨の表裏の出る確率は等しく、表が20枚以上となった割合が5%以上であるから、「便利だと思う」と回答しない割合が等しいという仮説は誤っているとは判断されず(①)、P空港は便利だと思う人の方が多いとは言えない(①)。

2 数学A「場合の数と確率」

問題概要と分析

期待値を計算し、ゲームの戦略を考察する問題である。

(1)は基本的な反復試行の確率と期待値。

(2)の前半は、通称事後確率と呼ばれる条件付き確率を丁寧な誘導に従い求めていく。記号や条件付き確率の定義さえ分かれば容易である。後半は、太郎さんのくじの結果を受けて、2つの戦略X,Yのどちらを選ぶ方が期待値が高くなるかを計算する。新課程により、ともに学ぶことになった条件付き確率と期待値を融合させた問題であり、本試作問題を参考に対策しておきたい。

問題のベースは2021年度共通テストと同じであるが、期待値と条件付き確率を合わせることで、数学的に身近な損得やゲームの戦略を考察できる面白い問題になっている。しかしながら、考え方や手順の説明などから問題文が長くなっており、内容を正しく読み取れることを考えると時間がかかる。焦らずに概要を理解する訓練をしておく必要がある。

共通テストの問題では、方針や必要な式については与えてくれることが多い。そのため、全文をきちんと読み理解するより、ま

ずは何が問われているかを理解してから考えることが有効であることも少なくない。例えば、本問の シ がそれに当てはまる。その手前まで長い文章が続くため、何をすればよいのか戸惑う生徒も多くいるように思うが、直前の「選んだ箱がAならば $P_W(A) \times P(A_1)$ と表せる。このことと同様に考えると…」の記述さえ読み取れば、箱Bについても同様に考え「 $P_W(B) \times P(B_1)$ 」と解答することは容易である。

共通テストの対策という点では、このような「問題の読み解き方」の指導が効果的であると思うが、これは共通テストの問題作成方針にある「『数学的な問題解決の過程』を重視」という点に相反する印象があり、授業などで扱う題材としては優れた問題ではあるが、限られた時間の中で解く共通テストという特性から考えると疑問が残る。

解答・解説

(1)教科書通りの基本的な反復試行と期待値の計算である。箱Aにおいて、3回中ちょうど1回あたる確率は、

$${}^3C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} \quad \dots \text{ア, イの答え}$$

同様に箱Bにおいて、3回中ちょうど1回あたる確率は、

$${}^3C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \quad \dots \text{ウ, エの答え}$$

また箱A,箱Bから3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値 E_A, E_B は

$$E_A = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$$

$$E_B = 0 \times \frac{8}{27} + 1 \times \frac{12}{27} + 2 \times \frac{6}{27} + 3 \times \frac{1}{27} = 1$$

…オ～キの答え

(2)まずは、誘導に従い $P_W(A)$ を求める。選ばれた箱がAである事象をA,選ばれた箱がBである事象をB,3回中ちょうど1回当たる事象をWとする。

$$\begin{aligned}
 P_W(A) &= \frac{P(A \cap W)}{P(W)} \\
 &= \frac{P(A \cap W)}{P(A \cap W) + P(B \cap W)} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9}} \\
 &= \frac{27}{59} \quad \dots \text{ク～サの答え}
 \end{aligned}$$

$$\text{また, } P_W(B) = 1 - P_W(A) = \frac{32}{59}$$

次に、太郎さんが二つの箱からでたらめに選んだ箱から「3回中ちょうど1回当たった」という結果をもとに、以下の(X)、(Y)の戦略のどちらがよいかを、当たりくじを引く回数期待値を計算することで決定する。

(X) 太郎さんが選んだ箱と同じ箱を選ぶ。

(Y) 太郎さんが選んだ箱と異なる箱を選ぶ。

まず(X)の場合について考える。箱Aにおいて「 k 回引いてちょうど1回あたる事象を A_k 」と表す。箱Bについても同様に B_k と表すこととする。そうすると「花子さんが箱Aを選び、かつ、花子さんが3回引いてちょうど1回当たる確率」は、((X)では花子さんが箱Aを選ぶのは、太郎さんが箱Aを選び3回中ちょうど1回当たりを引いたときであることに注意すると) $P_W(A) \times P(A_1)$ と表せる。…と、ここまです誘導で与えられているので、同様に考えると「花子さんが箱Bを選び、かつ、花子さんが3回引いてちょうど1回当たる確率」は、 $P_W(B) \times P(B_1)$ と表せることは容易にわかる。…シの答え

最後に(X)の場合の当たりくじを引く回数の期待値 E_X については、

$$\sum_{k=0}^3 P_W(A) \times P(A_k) \cdot k + \sum_{k=0}^3 P_W(B) \times P(B_k) \cdot k$$

により求めることができ、

$$E_A = \sum_{k=0}^3 P(A_k) \cdot k, \quad E_B = \sum_{k=0}^3 P(B_k) \cdot k$$

であることに注意すると

$$\begin{aligned}
 E_X &= P_W(A) \times E_A + P_W(B) \times E_B \\
 &= P_W(A) \times \frac{3}{2} + P_W(B) \times 1
 \end{aligned}$$

…ス、セの答え

(Y)の場合についても同様に考えることができる。すなわち、太郎さんが箱Aを選んでいる(確率 $P_W(A)$)のときは、花子さんは箱Bを選ぶのでその期待値は E_B となる。よって、

$$\begin{aligned}
 E_Y &= P_W(A) \times E_B + P_W(B) \times E_A \\
 &= P_W(A) \times 1 + P_W(B) \times \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

ここで $P_W(A) = \frac{27}{59}$, $P_W(B) = \frac{32}{59}$ より

$$E_X = \frac{1}{2 \cdot 59} (3 \cdot 27 + 2 \cdot 32)$$

$$E_Y = \frac{1}{2 \cdot 59} (2 \cdot 27 + 3 \cdot 32)$$

よって、 $E_X < E_Y$ となるので、戦略(Y)、すなわち①「異なる箱を選ぶ方がよい」

…テの答え

なお、実際に E_Y を計算すると $E_Y = \frac{75}{59}$

…ソ～ツの答え

3 数学B「統計的な推測」

問題概要と分析

砂浜に含まれるマイクロチップの個数について、サンプリングからの推測や、昨年度のデータと変化があるかの仮説検定を行う問題で、例年通りではあるが、身近な事象を数学化して考えることを強く意識した作問といえる。そのため授業者は、例えば海洋汚染や緑化問題、規模を大きくすればスペースデブリ等を題材に授業を行うことが効果的である。

(1)は、教科書通りいくつかの標本を取り得られた標本平均と標本の標準偏差から、標本平均 \bar{X} が近似的に従う正規分布を考え、信頼度95%の信頼区間を求める問題である。計算は平易ではあるが、時間がかかるので計算の工夫ができるとよい。信頼区間を求めるまでの流れは基本同じなので、教科書の例題や章末を繰り返し解いて流れを身に付ける

ことが有効である。また、標本調査から信頼区間を推定する問題では「 X の母標準偏差 σ は、標本の標準偏差と同じと仮定する」や「標本の大きさ n が大きいときには、母標準偏差の代わりに、標本の標準偏差を用いてよいことが知られている」のようなことわりが必ず添えられる。教科書の公式にある σ は母標準偏差であるが、実際の計算では標本の標準偏差を代用することについては、丁寧に指導をしておきたい。

(2) では、新課程において注目されている「仮説検定」が出題される。新しい内容で指導に不安を感じる先生方も多いが、こちらも基本的な流れは決まっているので、教科書の例題や過去問を通して何度か経験しておくことよい。批判を恐れず言わせてもらうならば、「仮説検定の考え方」は下図のように「背理法」の仕組みとほぼ同じである。背理法では、論理的に矛盾が導かれることで有無をいわず否定する前の命題が真であることを示すが、仮説検定では確率の要素が含まれるため「即、矛盾」とはいかず、「有意水準 $\alpha = 0.05$ 」のように、背理法の矛盾に相当する「棄却域」を定める必要がある。

【背理法】
 「無理数である」ことをいいたい
 ↓ 否定
 「有理数である」であると仮定すると…
 ↓ 矛盾!
 「無理数である」

【仮説検定】
 対立仮説「昨年度と異なる」ことをいいたい
 ↓ 否定
 帰無仮説「昨年度と同じ」であると仮定すると…
 ↓ 棄却!…確率的にほぼ起こりえない!
 対立仮説「昨年度と異なる」

本問のように、「有意差あり」なら「帰無仮説は棄却」され「対立仮説を採用」は分かり易いが、「有意差なし」の場合は「帰無仮説を採用」するというわけではない。実は、「帰無仮説が誤っている」場合でも「有意差なし」は容易に起こりえるのである。これを「第2種の過誤」という。すなわち、有意差のあり・なしのいずれに対しても「帰無仮説を採用することはない」ため、この仮説はいずれにしても「無に帰る」という意味で帰無仮説という名称で呼ばれている。

解答・解説

砂浜の表面にあるマイクロプラスチック(以下、MP)を、49区画分の標本から推測する問題。1区画あたりのMPの個数を確率変数 X 、 X の母平均を m 、母標準偏差を σ 、標本49区画の1区画あたりのMPの個数の平均値を表す確率変数を \bar{X} とする。また、花子さんたちが調べた49区画では、平均値が16、標準偏差が2であった。

(1) 砂浜全体に含まれるMPの全個数 M を、次の方針により推定する。

方針

砂浜全体には20cm四方の区画が125000個分あり、 $M = 125000 \times m$ なので、 M を $W = 125000 \times \bar{X}$ で推定する。

確率変数 \bar{X} は、標本の大きさ49が十分に大きいので、平均 m 、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{49}} = \frac{\sigma}{7}$ の正規分布に近似的に従う。

…ア、イの答え

次に、方針に基づいて考えると、確率変数 W について平均 $E(W)$ 、分散 $V(W)$ は、
 $E(W) = E(125000 \times \bar{X}) = 125000m$ 、
 $V(W) = V(125000 \times \bar{X}) = \left(\frac{125000}{7}\sigma\right)^2$

よって、確率変数 W は平均 $125000m$ 、標準偏差 $\frac{125000}{7}\sigma$ の正規分布に近似的に従うことがわかる。

…ウ、エの答え

また「 X の母標準偏差 σ は標本の標準偏差と同じ $\sigma = 2$ と仮定する」と、

$$Z = \frac{M - 125000 \cdot 16}{\frac{125000}{7} \cdot 2}$$

に従うので、 M に対する信頼度95%の信頼区間は、 $|Z| \leq 1.96$ より

$$193 \times 10^4 \leq M \leq 207 \times 10^4 \text{ となる。}$$

…オ～コの答え

(2) 昨年の調査の結果1区画あたりのMPの個数の母平均が15、母標準偏差が2より、今年の母平均 m が「昨年とは異なるか」といえるかを有意水準5%で仮説検定をする。た

だし、母標準偏差は今年も $\sigma = 2$ とする。

まず、帰無仮説は「今年の母平均は 15 である」であり、対立仮説は「今年の母平均は 15 ではない」である。 …… サ、シの答え

次に、帰無仮説が正しいとすると、 \bar{X} は平均 15、標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{49}} = \frac{2}{7}$ の正規分布に近似的に従うため、確率変数 $Z = \frac{\bar{X} - 15}{\frac{2}{7}}$ は標準正規分布に近似的に従う。

…… ス、セの答え

花子さんたちの調査結果から求めた Z の値を z とすると、 $z = \frac{16 - 15}{\frac{2}{7}} = 3.5$ より、標準正規分布において確率 $P(Z \leq -3.5) = P(Z \geq 3.5) = 0.5000 - 0.4998 = 0.0002$ となるので、その和 0.0004 は 0.05 よりも小さい。よって、この値は有意水準 5% で考えたときの棄却域に入る。よって、帰無仮説は棄却され、対立仮説が採用される。よって、有意水準 5% で今年の母平均 m は昨年と異なるといえる。 …… ソ、タの答え

4 数学 C 「平面上の曲線と複素数平面」

問題概要と分析

公開された試作問題では、平面上の曲線が 1 問であるのに対し、複素数平面は 5 問と大分偏りがある。

平面上の曲線については、コンピュータソフトを用いて方程式の係数の値を変化させたときに表示される図形の考察の問題である。 x, y の 2 次方程式の表す図形について理解しておくことが必要である。数学 I 「2 次関数」で、2 次関数の係数 a, b, c を変化させたときグラフがどのように移動するかを考察する問題と同じような印象の問題である。大きな違いは、2 次曲線では円、放物線、楕円、双曲線が現れることで、易しい問題ではあるが、分野のまとめなどに生徒に考えさせたい 1 問である。

ただ、試作問題ではこの 1 問のみなので、実際の入試問題のためにすべきことを見出しにくい。少なくとも、2 次曲線についてはその定義、標準形、焦点や準線については知識を整理しておきたい。

複素数平面については、複素数平面上での点がコンピュータソフトを用いてどのように変化するかを考察する問題である。

問題自体はド・モアブルの定理等で扱う、円分多項式の複素数解とそれらを結んでできる多角形の考察で、真新しいものではないが、正 24 角形等、普段の授業では扱わないような図形を考えなければならず、問われていることを理解するために時間を要したり、手が止まってしまう受験生も多いのではないと思われる。しかし、問題自体は複素数平面上の 2 点間の距離や、なす角を求めるといった一般的な内容で計算量も多くはない。

ほとんどの問題について正攻法でも解けるが、考えやすい図形や特殊な場合を選択することで計算や考察は楽になる。そのため授業では、1 つの解法でおしまいにするのではなく、複数の解法を考えさせるなども効果的であると思われる。

初めての問題を見たときに、問題の設定を理解し、状況に応じた適切な対処が求められるため、既知の知識を活用する問題に触れさせることはもちろん、授業では公式の暗記にとどまらず、導出の経緯や数式そのものの意味を考えることを意識し、複素数平面上での代数的な処理と幾何的な考察がきちんと結びつけられるように指導を心掛けたい。

解答・解説

[1] 方程式 $2x^2 + by^2 - 8x - 4y = 0$ について、 b の値を $b \geq 0$ の範囲で変化させたときの図形を考える。 $b = 0$ のときは放物線、 $b = 2$ のときは円、 $0 < b < 2, 2 < b$ のときは楕円であるので② …… アの答え

1 人 1 台端末や授業に ICT を活用することは、現代教育の大きな流れであると思う。

数学には「想像することのよさ」もあり、何でもコンピュータで描画するべきではないのも事実だが、関数や方程式のような代数と幾何を扱う分野では、既に実践されている先生もいるように、Desmos で作成したグラフ(下の QR コード参照)を生徒に配布し、実際に生徒自身が動きを体験することは効果的である。



[2] 複素数 w を決めて、複素数平面上 $w^1, w^2, w^3, \dots, w^n$ の表す点を $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ とする。ただし、 A_1 と A_n は重なるものとする。

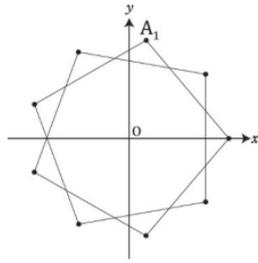


図 4

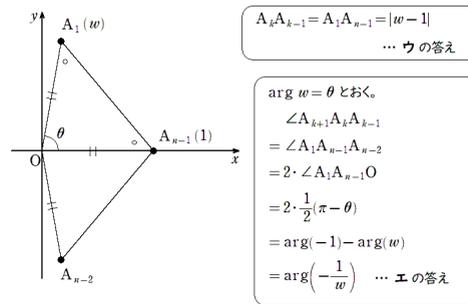
まず、 $w = w^n$ より $|w| = |w^n|$ なので $|w| = 1$... イの答え

$A_k A_{k+1} = |w^{k+1} - w^k| = |w^k| |w - 1|$ によって $A_k A_{k+1} = |w - 1|$... ウの答え

$$\begin{aligned} \angle A_{k+1} A_k A_{k-1} &= \arg \frac{w^{k-1} - w^k}{w^{k+1} - w^k} \\ &= \arg \frac{-w^{k-1}(w-1)}{w^k(w-1)} \\ &= \arg \left(-\frac{1}{w} \right) \end{aligned}$$

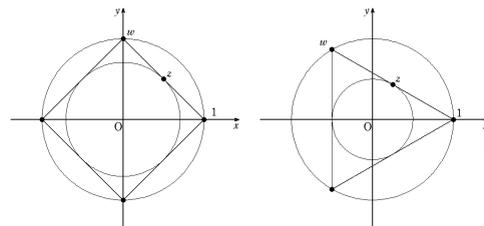
... エの答え

上記の解法は正攻法であるが、ウ、エについては、対称性を利用して $\angle A_{n-2} A_{n-1} A_1$ を考えるともっと簡単に求めることができる。



次に $n = 25$, すなわち A_1 と A_{25} が重なるときを考える。 $w = w^{25}$ より $w^{24} = 1$ となる。ここで、 $n = 25$ のとき初めて A_1 と重なる点とすると、24 個の点を結ぶと正 24 角形ができる。すなわち、題意を満たす正 m 角形 (m は 3 以上の整数) は、 m が 24 の約数であればよいので $m = 3, 4, 6, 8, 12, 24$ の 6 個ある。 ... エの答え

最後に、上の正多角形のどの場合についても成り立つ関係式を求める。どの場合でも成り立つので、考えやすい正多角形で考察すればよい。



正三角形と正方形で表したのが上図である。 z は正多角形の内接円の周上の点なので、必ず正多角形の各辺の中点となる。 $A_{24}(1)$ と $A_{25}(w)$ について、 $A_{24} A_{25}$ の中点を考えることより $|z| = \frac{|w+1|}{2}$... オの答え

ちなみに、正方形で考えると、選択肢⑦も成り立つ。「なぜ成り立つのか？」や、他の選択肢についても幾何的にどのような意味をもつかを考えさせることは、理解を深めることに効果的である。