

数学I「仮説検定の考え方」の指導実践報告

千葉女子高等学校 西川 洋一郎

1 はじめに

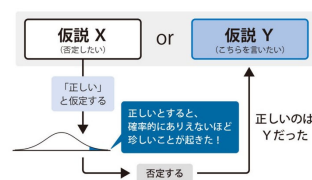
今回の学習指導要領改訂で統計領域の指導充実が図られました。その中の一つである、「仮説検定の考え方」の指導は多くの先生にとって新しいものであると考えます。そこで、昨年高校一年生を対象に実施した実践報告をすることで、少しでも先生方に本単元の指導の難しさと面白さを共有できたらと思います。

2 数学I「仮説検定の考え方」における指導上のポイントとは

「仮説検定の考え方」の指導において、特に重要なポイントは何であるべきでしょうか。本節では自身が主張するそのポイントと理由、そして関連する生徒の反応を少し紹介します。ポイントを考える上で、先行実践は少ないですが、本誌インタビューでお答えしてくださいました静岡大学教育学部教授松元新一郎先生が中心となって開かれている科学研究費助成事業（基盤研究C）「初等中等教育における批判的思考を志向した統計指導プログラムの開発」に参加しており、そこでのご意見を参考に、次の観点を指導することが肝要であると考えました。

ポイント1：「背理法」に似た、仮説を否定することで結論に至る論法の指導
 ポイント2：有意水準の基準を議論し、自分で定める必要性の指導

ポイント1ですが下図のような仕組みを生徒に理解させる必要があります。これこそが「仮説検定の考え」ですから、その重要性は確かなものだと考えます。しかしながら、その論法は生徒には難解です。そこで私は次項で紹介しています実践の前の授業で次のような話をしました。「ある武将は戦前に硬貨1枚を10回投げた。結果、すべて表だった。この事実で兵士を勇気づけた、なんて逸話があるのだけどこの武将はすごいね。」すると生徒はすぐに、「ずるをしている」といった発言をします。その発言を拾い、最終的には「なるほど。表が出る確率を $\frac{1}{2}$ と仮定すると、その確率は $\frac{1}{2^{10}}$ しかないから滅多に起きないものね。だからこの硬貨の表が出る確率は $1/2$ である、は否定できそうだね」と話しました。



出典「本丸諒，文系でも仕事に使える統計学はじめの一步，2018，かんき出版」

ここで重要なのは「ずるがなく、10回すべて表になる確率も存在すること」「この硬貨の表が出る確率はわからないこと」の指導です。また、生徒の批判的な発言を促す工夫、今回は「士気を上げたい武将」という文脈（問題文）が必要です。

次のポイントは有意水準の議論です。大別

すると教科書は有意水準に関して「～%以上とする」と明言するもの、深く触れないものがあります。

いずれにせよ有意水準の基準の設定の背景に関して深く説明されないので、授業者は補う必要があります。これがポイント2の重要性です。

3 授業実践計画と実際の生徒の反応

科目：数学I

単元：データの分析

教材：授業プリント、パワーポイント

授業形態：ペアワーク

授業時数：1時間

対象生徒：習熟度7展開中7番目21名

～教師の発問・指導・支援（略案）～

(1) 場面把握

T：（プロジェクターでタコを見せる）

発問①

6試合中4試合予想を当てたタコがいます。このタコは「(勝つチームを適当に選んでいる) = (予知能力はない?)」意見を書こう。理由も書こう。(プリント問1に対応)

T：実は、この話には続きがあります。

発問②

この後8試合予想して、8試合すべての的中させました。つまり、14試合中12試合的中させました。では先程と同じ質問をします。個人で意見を書こう。(プリント問2に対応)

(2) 検証

T：ではこのタコが「 $\frac{1}{2}$ 」で予想を当てる、つまり適当にチームを選んでいる」と仮定します。14試合中12試合当てる確率を求めてみよう。

・数学Aで学んだ反復試行の計算を用いて指導する。

(3) 仮説検定の考え方の指導

・教員が指導する。「仮定を立てる」「仮定の下である出来事が起きる確率を求める」「その確率があまりにも低い場合、仮定を否定する」という流れを指導する。

感想の記入、まとめ

・回収し、後日共有。

～場面ごとの生徒の反応と考察～

(1) 場面把握



プロジェクターで上記画像を提示。生徒は「なんだなんだ」といった発言を繰り返しました。中にはこのタコのパウルを知っている生徒もおり、興味を引くことができました。まず、略案の発問①を行いました。この段階での2名の生徒の意見を紹介します。

問1
タコは予知能力がある。なぜなら6試合のうち4試合を66%の予想で当てたから。

問1
はい、思いますが6回中4回は予想は当たりましたが、予想が当たったのは偶然だと思います。予想が当たったのは偶然だと思います。

割合に注目していることは同じですが判断が異なります。意見が割れていることをまず確認し、割合で注目する生徒が多かったので「割合で判断する方法もあるね。」としたうえで反復試行の考え方を用いて確率を計算しました。適当にタコがチームを選んでいたら仮定して6試

合中順番関係なく4試合の中させる確率を計算しました。「23%ならまああり得るね」「たまたまだね」といった生徒の発言がありました。

$${}^6C_4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \doteq 23\%$$

その後略案の発問②を行いました。下に示したのは同一生徒の発問①時点と発問②時点での意見が変化した生徒の例です。

この生徒を指名し「なぜ意見をかえたの」と尋ねました。すると「たまたまを“またいだ”と発言しました。すなわち、発問①の状況は、偶然で説明ができる、すなわちタコは適当にチームを選んでいると説明できるが、発問②の状況ではもうそれができない、という趣旨の発言だと解釈しました。そこで、その発言を板書で取り上げました。まさに有意水準の考え方につながる発言だと考えたからです。

(2) 検証

$${}^6C_4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{15}{16} \times \frac{1}{16} = \frac{15}{256} \approx 0.0586$$

発問②を経て、実際に14試合中12試合勝つチームをたまたま当てる確率はどれくらいなのか計算しました。おおよそ0.5%ですので、ほとんどの生徒が「やはりこれはたまたまではないね」という結論になりました。なお、発問①の段階で

は「タコは勝つチームを当てる力がある」と答えたのは21人中1人でしたが、発問①のあとに17人に増加しました。確率が異常に低いのに「予知能力があるとは言えない」と意見を変えなかった生徒は「タコの予想を見ていたチームが、自身のチームが勝つとの予想にやる気が上がり強くなって勝った」という風に文脈を広げて解釈をした生徒でした。(下資料参照)

他にも「テレビのスポンサーがエサで操作している」「ツボに貼られた国旗の色に反応している」といった「予知能力ではない何かによって予想が当たったように見えている」という結論を出している生徒もいました。

(3) 仮説検定の考え方の指導

- この活動を経て、板書で
- Step.1 「仮定を立てる」
 - Step.2 「仮定の下である出来事が起きる確率を求める」
 - Step.3 「その確率があまりにも低い場合、仮定を否定する」

とまとめました。本時の実践の内容では、下記ようになります。

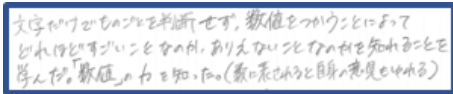
- Step.1 仮説 X 「タコが勝つチームを当てる確率は $\frac{1}{2}$ である。」
- Step.2 仮説 X では発問②の状況が起きる確率は非常に低い(発問①の状況は低い確率とは言えない。)
- Step.3 よって仮説 X 「タコが勝つチームを当てる確率は $\frac{1}{2}$ である。」は否定することが妥当そうだ。

その後、感想を記入させました。

4 生徒の感想

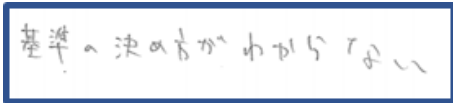
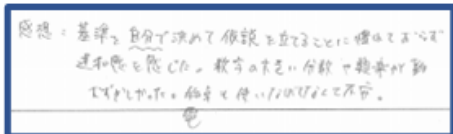
生徒の感想を一部紹介します。

- ・確率で判断することの威力を知った



単純に、確率に注目した感想でした。この生徒は「芸能人格付け」で何十回も当てるのって、やっぱり勘じゃないのかなあ、となるとやらせなのかなあ、それともすごい審美眼があるのかなあ」など文脈を拡大して私に話をしてくれました。次に多かった感想は下のような内容です。

- ・有意水準を“自分で”決めることについて



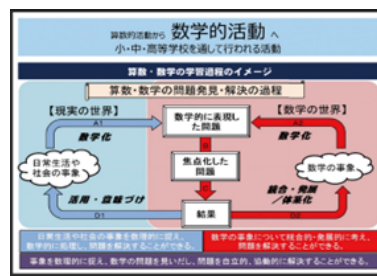
やはり有意水準の設定についての質問が非常に多くありました。偶然とそうでないとの境界はどこなのかというのは文脈(状況)に依ります。例えば、医学の場面では非常に厳しい検定をかけるでしょう。ですので正解はないと思われます。大事なのは「恣意的にその基準を設定できること」でありリテラシーにつながるような指導をすべきだと考えます。とはいえ、教科書では「こうすべき」というものは記述されていませんし、生徒の悩みは当然かと思えます。今後の有意水準に関する指導の必要性が見えた感想でした。

5 本教材の価値

本紙では次の観点を指導することが肝要であると考えました。

- ポイント1：「背理法」に似た、仮説を否定することで結論に至る論法の指導
- ポイント2：有意水準の基準を議論し、自分で定める必要性の指導

ポイント1に関しては、発問①と発問②の2つの状況の比較をいれ指導する事で、指導が容易になった実感があります。またタコという“現実の”文脈を用意することで、数学的な活動が図れましたし、批判的な態度を養う契機になりました。



ポイント2である有意水準を「どこからとするか」という判断は困難を極めることに加え、授業の感想から“自分で”有意水準を決める気持ち悪さが生徒に存在することが実践を通して明らかになりました。やはり一般的な慣習(1%, 5%)を紹介することになりトップダウン的に紹介するのが現状の解決策になります。

6 実践の反省と今後

区間での判断になるのでこの教材では「タコが12試合“以上”予想を当てる確率」を計算するのですが、その点の解釈が生徒には深く理解させることができませんでした。

また、今回は数学Aの学習を前提とした反復試行の確率を用いて判断しましたが、学習指導要領では(数学Iの中で完結している) = (実験を用いて有意水準を議論する) のですが、今回はそのように行いませんでした。実験を伴った仮説検定の授業提案も必要と考えています。

そして、仮説の設定の難しさです。「タコが勝つチームを選ぶ確率は $\frac{1}{2}$ ではない」という結論から、生徒は「やっぱりテレビ会社が操作しているんだ」「やっぱり動物の習性が生きているんだ」等、おそらく最初に生徒自身が持っていたと予想される仮説が成り立ったと勘違いをします。ここは集合と命題の内容にも関わりますが丁寧に指導する必要があります。ここは授業内で仮説を立てる、そして仮説を否定する、とはどういうことなのか一度確認すべきでした。