

散布図と相関係数の感覚

— 体験する数学を目指して —

磯辺高等学校 氏家 悟

1 はじめに

私は日ごろ、数を感覚的、体験的に捉えさせたいと考えている。数学Iで相関係数を扱うとき、教科書の例題はたいていデータが多くて、たくさん演習がこなせないため、「あとで各自ワークで自習」のようになる。しかし、ほとんどの生徒はまったくやらないか、少ない回数で「わかったつもり」になるのだろう。

また、過去のセンター試験では、散布図から相関や相関係数を読み取らせる問題もあるが、授業で練習する機会がなかなか取れない。

そこでそれらを意識したプリントを作成して授業を行った。

2 計算練習

まずは少ないデータの次のような内容でさまざまな計算をさせ、それぞれ散布図を描かせ、相関係数の様子を体験させた。

1. データが右上がりの直線上に並ぶと、相関係数は1になる。

散布図を描き、平均 \bar{x} , \bar{y} , 標準偏差 s_x , s_y , 相関係数 r , を求めよ。

1.

	変数 x	変数 y	偏差 $x - \bar{x}$	偏差 $y - \bar{y}$	偏差の積 $(x - \bar{x})(y - \bar{y})$	偏差の2乗 $(x - \bar{x})^2$	偏差の2乗 $(y - \bar{y})^2$
①	5	40					
②	2	10					
③	8	70					
計					$a =$	$b =$	$c =$
$\div n$	$\bar{x} =$	$\bar{y} =$			共分散	分散	分散

散布図

標準偏差 $s_x =$

標準偏差 $s_y =$

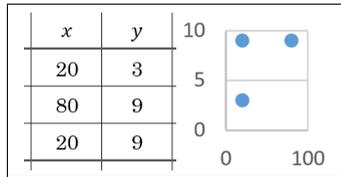
相関係数 $r =$



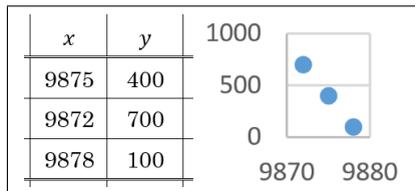
この散布図

これが実際のプリントのイメージであるが、以下はデータとその散布図のみ示す。

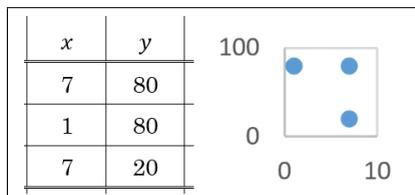
2. つぎのデータの相関係数は 0.5。



3. データ右下がりの直線上に並ぶと、相関係数は -1 になる。



4. つぎのデータの相関係数は -0.5 。

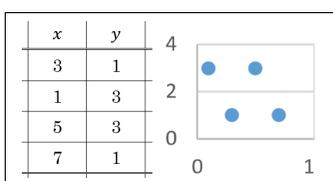
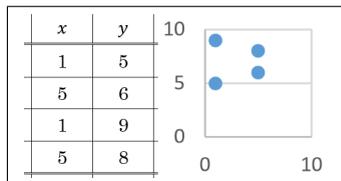
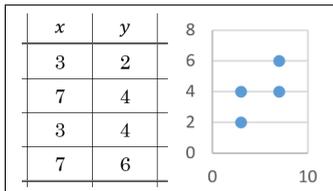
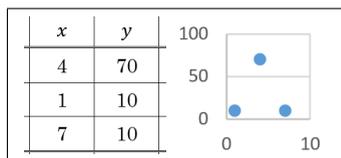


ここで、穴埋め。

相関係数はデータの数値がどんなに大きくても（小さくても）相関係数の値は_____以上_____以下の値を取る。

散布図でデータが直線上に並んだ時に相関係数は $r = 1$ または $r = -1$ になり、直線状に並ばない時に、 $-1 < r < 1$ の値を取る。

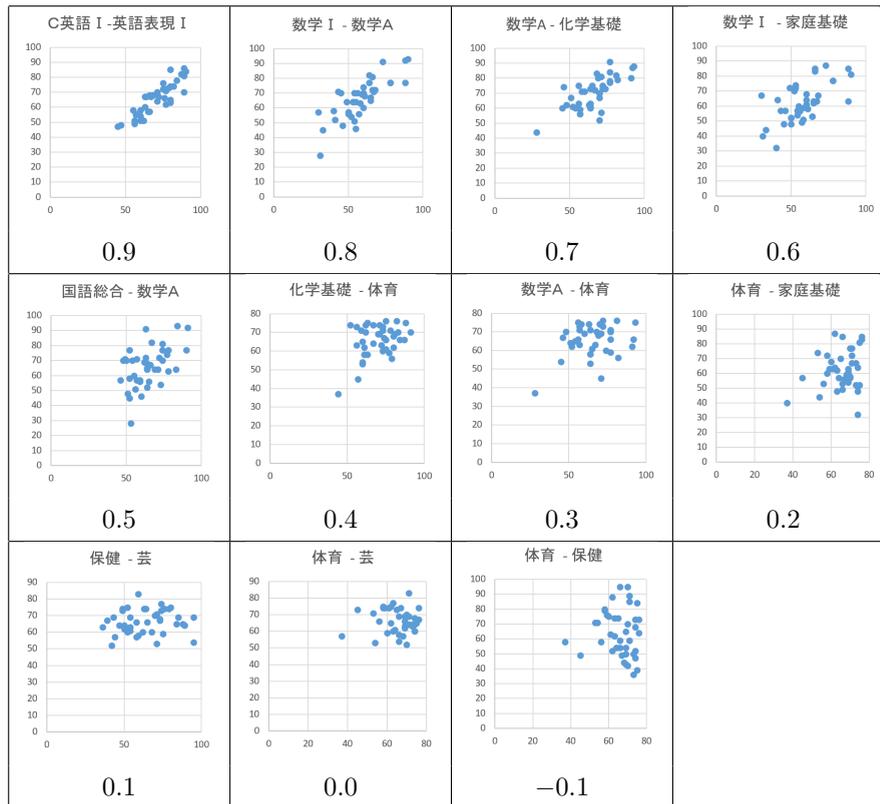
以下、様々なデータで演習させた。



いずれも、データの個数が少ないので、計算の流れの反復練習を期待した。

3 散布図からの読み取り

センター試験では、散布図の読み取りの問題が出ていたが、成績データの散布図から相関係数を予測する教材を作成した。



この中から、3つくらいずつ選んで、数値と散布図を対応させる練習問題を考えた。

実際の数値は次の通りで、これはこれでいろいろ感想が持てる。

	国語総	現代社	数学 I	数学A	化学基	生物基	体育	保健	芸	C英語	英語表	家庭基	総点
国語総合	1.00	0.80	0.64	0.50	0.43	0.66	0.16	0.78	0.18	0.68	0.72	0.68	0.85
現代社会	0.80	1.00	0.59	0.43	0.36	0.58	0.01	0.82	0.12	0.65	0.75	0.61	0.80
数学 I	0.64	0.59	1.00	0.79	0.76	0.66	0.28	0.53	-0.01	0.54	0.66	0.62	0.83
数学A	0.50	0.43	0.79	1.00	0.72	0.66	0.30	0.49	0.05	0.55	0.68	0.63	0.79
化学基礎	0.43	0.36	0.76	0.72	1.00	0.47	0.39	0.35	-0.03	0.40	0.51	0.46	0.67
生物基礎	0.66	0.58	0.66	0.66	0.47	1.00	0.09	0.66	0.33	0.59	0.59	0.77	0.83
体育	0.16	0.01	0.28	0.30	0.39	0.09	1.00	-0.07	-0.01	0.25	0.22	0.21	0.29
保健	0.78	0.82	0.53	0.49	0.35	0.66	-0.07	1.00	0.12	0.66	0.71	0.65	0.81
芸	0.18	0.12	-0.01	0.05	-0.03	0.33	-0.01	0.12	1.00	0.15	0.06	0.26	0.21
C英語 I	0.68	0.65	0.54	0.55	0.40	0.59	0.25	0.66	0.15	1.00	0.88	0.57	0.80
英語表現	0.72	0.75	0.66	0.68	0.51	0.59	0.22	0.71	0.06	0.88	1.00	0.62	0.86
家庭基礎	0.68	0.61	0.62	0.63	0.46	0.77	0.21	0.65	0.26	0.57	0.62	1.00	0.83
総点	0.85	0.80	0.83	0.79	0.67	0.83	0.29	0.81	0.21	0.80	0.86	0.83	1.00

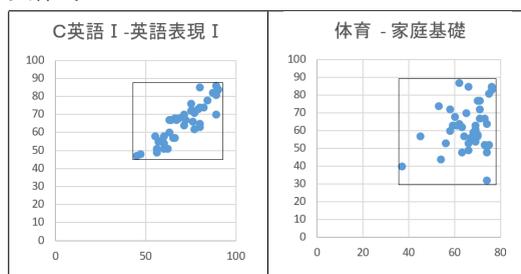
そして、最後に過去のセンター試験の問題を紹介して、終わるつもりであったが、学校が休校になってしまって、この教材を使うことはなかったし、この単元の期末テストを実施することもできなかった。

4 散布図について

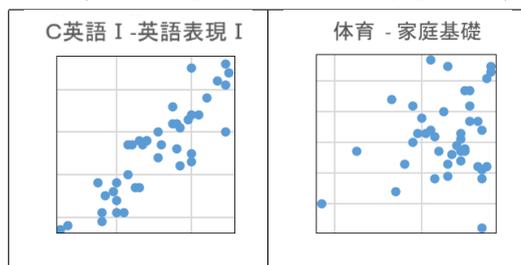
相関係数は、データの数値に大小によらないことを、プリントの空欄で確認させているが、これは相関係数が散布図の形でのみ決まる値であることを示している。

つまり、相関係数を散布図で比べさせる場合は、横軸と縦軸の長さが同じにならないと、正しいとは言えない。その意味で、エクセルで作ったものをそのまま掲載した上の図は、相関係数を比べて読み取る図としてはふさわしくない。

具体的には



の2つは、大きさも縦横のスケールも違うので、



でなければ比べられないのである。

さらに相関係数は、その求め方から縦軸、横軸それぞれの平均との差を成分とする \vec{x} , \vec{y} のなす角 θ の $\cos \theta = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{|\vec{x}| |\vec{y}|}$ であることから、散布図の形だけから決まる値であると感じる。

5 終わりに

この教材の計算練習は、最初に2015年度1年生に使用したものである。その後何回か1年生を持つたびに使おうとしていたのだが、なかなか相関係数にたどり着けず、計算練習まで踏み込むのは難しかった。

生徒はどうしても、計算技術だけに目が行き、散布図から読み取ることは苦手と感じているようである。そうした苦手意識を少しでも払拭し、いわゆる「思考力」につながる教材をいかに開発するかという観点で、「数学の体験的」な授業や教材を作ることができればよいと思っている。