令和2年度 センター試験 (本試 令和2年1月19日実施)

数学I・数学A (60分, 100点)

第1問 (必答問題)(配点 30)

〔1〕 a を定数とする。

(1) 直線 $\ell : y = (a^2 - 2a - 8)x + a$ の傾きが負となるのは，a の値の範囲が

$\boxed{\text{アイ}} < a < \boxed{\text{ウ}}$ のときである。

(2) $a^2 - 2a - 8 \neq 0$ とし，(1) の直線 ℓ と x 軸との交点の x 座標を b とする。

$a > 0$ の場合，$b > 0$ となるのは $\boxed{\text{エ}} < a < \boxed{\text{オ}}$ のときである。

$a \leqq 0$ の場合，$b > 0$ となるのは $a < \boxed{\text{カキ}}$ のときである。

また，$a = \sqrt{3}$ のとき $b = \dfrac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

〔2〕 自然数 n に関する三つの条件 $p,\ q,\ r$ を次のように定める。

$p : n$ は4の倍数である　$q : n$ は6の倍数である　$r : n$ は24の倍数である

条件 $p,\ q,\ r$ の否定をそれぞれ $\overline{p},\ \overline{q},\ \overline{r}$ で表す。

条件 p を満たす自然数全体の集合を P とし，条件 q を満たす自然数全体の集合を Q とし，条件 r を満たす自然数全体の集合を R とする。自然数全体の集合を全体集合とし，集合 $P,\ Q,\ R$ の補集合をそれぞれ $\overline{P},\ \overline{Q},\ \overline{R}$ で表す。

(1) 次の $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

$32 \in \boxed{\text{ス}}$ である。

⓪ $P \cap Q \cap R$　① $P \cap Q \cap \overline{R}$　② $P \cap \overline{Q}$

③ $\overline{P} \cap Q$　④ $\overline{P} \cap \overline{Q} \cap R$　⑤ $\overline{P} \cap \overline{Q} \cap \overline{R}$

(2) 次の $\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～④のうちから一つ選べ。

$P \cap Q$ に属する自然数のうち最小のものは $\boxed{\text{セソ}}$ である。

また，$\boxed{\text{セソ}}\ \boxed{\text{タ}}\ R$ である。

⓪ $=$　① $\subset$　② $\supset$　③ $\in$　④ $\notin$

(3) 次の $\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

自然数 $\boxed{\text{セソ}}$ は，命題 $\boxed{\text{チ}}$ の反例である。

⓪「$(p$ かつ $q) \Rightarrow \overline{r}$」　①「$(p$ または $q) \Rightarrow \overline{r}$」

②「$r \Rightarrow (p$ かつ $q)$」　③「$(p$ かつ $q) \Rightarrow r$」

〔3〕　c を定数とする。2 次関数 $y=x^2$ のグラフを，2 点 $(c,\ 0)$，$(c+4,\ 0)$ を通るように平行移動して得られるグラフを G とする。

(1)　G をグラフにもつ 2 次関数は，c を用いて
$y=x^2-2(c+\boxed{\text{ツ}})x+c(c+\boxed{\text{テ}})$ と表せる。2 点 $(3,\ 0)$，$(3,\ -3)$ を両端とする線分と G が共有点をもつような c の値の範囲は $-\boxed{\text{ト}} \leqq c \leqq \boxed{\text{ナ}}$，
$\boxed{\text{ニ}} \leqq c \leqq \boxed{\text{ヌ}}$ である。

(2)　$\boxed{\text{ニ}} \leqq c \leqq \boxed{\text{ヌ}}$ の場合を考える。G が点 $(3,\ -1)$ を通るとき，G は 2 次関数 $y=x^2$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ネ}}+\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$，$y$ 軸方向に $\boxed{\text{ハヒ}}$ だけ平行移動したものである。また，このとき G と y 軸との交点の y 座標は $\boxed{\text{フ}}+\boxed{\text{ヘ}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

第 2 問　(必答問題)(配点 30)

〔1〕　△ABC において，BC=$2\sqrt{2}$ とする。∠ACB の二等分線と辺 AB の交点を D とし，CD=$\sqrt{2}$，$\cos\angle\mathrm{BCD}=\dfrac{3}{4}$ とする。

このとき，BD=$\boxed{\text{ア}}$ であり $\sin\angle\mathrm{ADC}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。$\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AD}}=\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$

であるから AD=$\boxed{\text{カ}}$ である。また，△ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$

である。

〔2〕(1)　次の $\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

99 個の観測値からなるデータがある。四分位数について述べた記述で，どのようなデータでも成り立つものは $\boxed{\text{コ}}$ と $\boxed{\text{サ}}$ である。

⓪　平均値は第 1 四分位数と第 3 四分位数の間にある。

①　四分位範囲は標準偏差より大きい。

②　中央値より小さい観測値の個数は 49 個である。

③　最大値に等しい観測値を 1 個削除しても第 1 四分位数は変わらない。

④　第 1 四分位数より小さい観測値と，第 3 四分位数より大きい観測値とをすべて削除すると，残りの観測値の個数は 51 個である。

⑤　第 1 四分位数より小さい観測値と，第 3 四分位数より大きい観測値とをすべて削除すると，残りの観測値からなるデータの範囲はもとのデータの四分位範囲に等しい。

(2)　図 1 は，平成 27 年の男の市区町村別平均寿命のデータを 47 の都道府県 P1，P2，$\cdots$，P47 ごとに箱ひげ図にして，並べたものである。

次の (Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ) は図 1 に関する記述である。

(Ⅰ) 四分位範囲はどの都道府県においても 1 以下である。

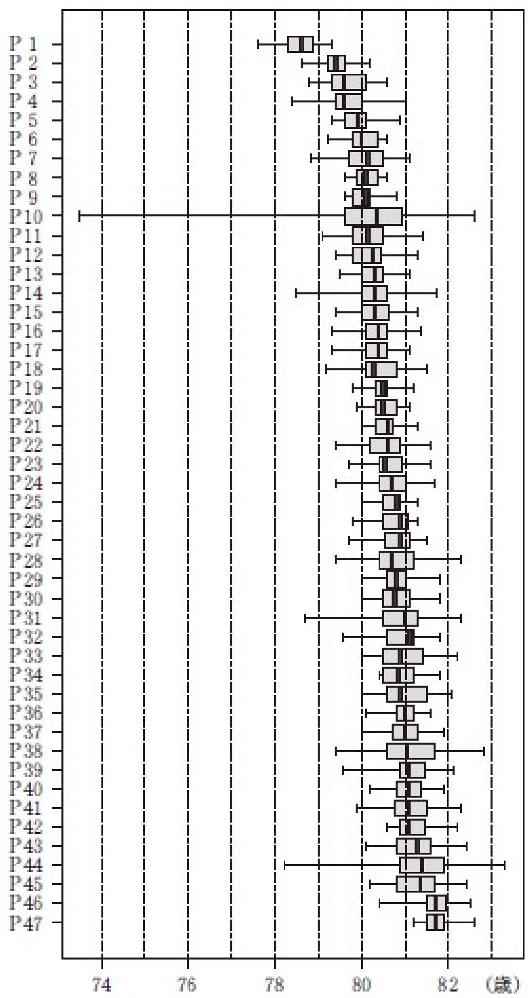
(Ⅱ) 箱ひげ図は中央値が小さい値から大きい値の順に上から下へ並んでいる。

(Ⅲ) P1 のデータのどの値と P47 のデータのどの値とを比較しても 1.5 以上の差がある。

次の $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑦ のうちから一つ選べ。

(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ) の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{シ}}$ である。

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(Ⅰ)	正	正	正	誤	正	誤	誤	誤
(Ⅱ)	正	正	誤	正	誤	正	誤	誤
(Ⅲ)	正	誤	正	正	誤	誤	正	誤



平均寿命

図 1 男の市区町村別平均寿命の箱ひげ図

(出典：厚生労働省の Web ページにより作成)

(3)　ある県は 20 の市区町村からなる。図 2 はその県の男の市区町村別平均寿命のヒストグラムである。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

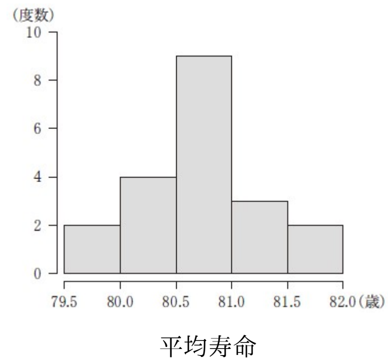
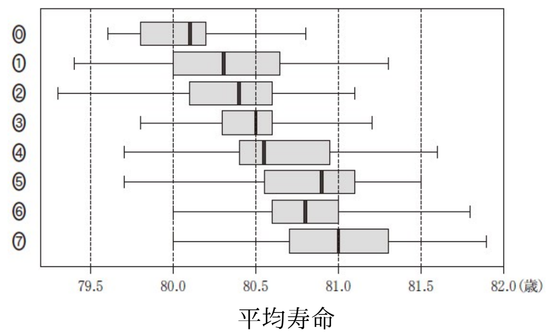


図 2　市区町村別平均寿命のヒストグラム
(出典：厚生労働省の Web ページにより作成)

次の $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑦ のうちから一つ選べ。

図 2 のヒストグラムに対応する箱ひげ図は $\boxed{\text{ス}}$ である。



(4)　図 3 は，平成 27 年の男の都道府県別平均寿命と女の都道府県別平均寿命の散布図である。2 個の点が重なって区別できない所は黒丸にしている。図には補助的に切片が 5.5 から 7.5 まで 0.5 刻みで傾き 1 の直線を 5 本付加している。

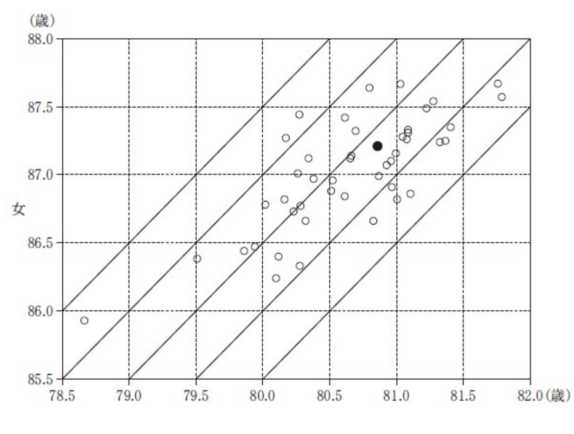
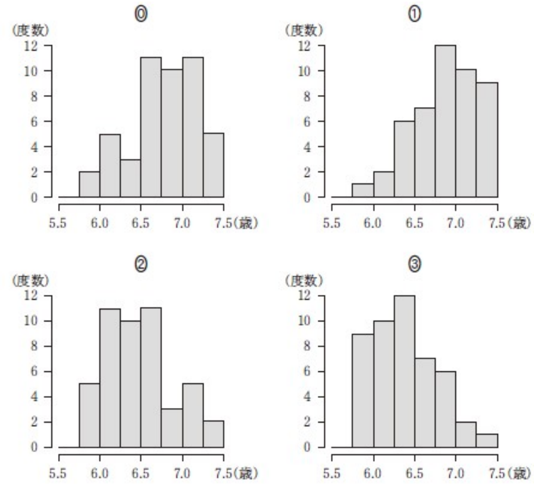


図 3　男と女の都道府県別平均寿命の散布図
(出典：厚生労働省の Web ページにより作成)

次の $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

都道府県ごとに男女の平均寿命の差をとったデータに対するヒストグラムは $\boxed{\text{セ}}$ である。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。



第3問 (選択問題)(配点 20)

〔1〕 次の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。正しい記述は $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ である。

⓪ 1 枚のコインを投げる試行を 5 回繰り返すとき，少なくとも 1 回は表が出る確率を p とすると，$p > 0.95$ である。

① 袋の中に赤球と白球が合わせて 8 個入っている。球を 1 個取り出し，色を調べてから袋に戻す試行を行う。この試行を 5 回繰り返したところ赤球が 3 回出た。したがって，1 回の試行で赤球が出る確率は $\dfrac{3}{5}$ である。

② 箱の中に「い」と書かれたカードが 1 枚，「ろ」と書かれたカードが 2 枚，「は」と書かれたカードが 2 枚の合計 5 枚のカードが入っている。同時に 2 枚のカードを取り出すとき，書かれた文字が異なる確率は $\dfrac{4}{5}$ である。

③ コインの面を見て「オモテ（表）」または「ウラ（裏）」とだけ発言するロボットが 2 体ある。ただし，どちらのロボットも出た面に対して正しく発言する確率が 0.9，正しく発言しない確率が 0.1 であり，これら 2 体は互いに影響されることなく発言するものとする。いま，ある人が 1 枚のコインを投げる。出た面を見た 2 体が，ともに「オモテ」と発言したときに，実際に表が出ている確率を p とすると，$p \leqq 0.9$ である。

〔2〕 1 枚のコインを最大で 5 回投げるゲームを行う。このゲームでは，1 回投げるごとに表が出たら持ち点に 2 点を加え，裏が出たら持ち点に -1 点を加える。はじめの持ち点

は 0 点とし，ゲーム終了のルールを次のように定める。

・ 持ち点が再び 0 点になった場合は，その時点で終了する。

・ 持ち点が再び 0 点にならない場合は，コインを 5 回投げ終わった時点で終了する。

(1) コインを 2 回投げ終わって持ち点が -2 点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。また，コインを 2 回投げ終わって持ち点が 1 点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(2) 持ち点が再び 0 点になることが起こるのは，コインを $\boxed{\text{キ}}$ 回投げ終わったときである。コインを $\boxed{\text{キ}}$ 回投げ終わって持ち点が 0 点になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(3) ゲームが終了した時点で持ち点が 4 点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

(4) ゲームが終了した時点で持ち点が 4 点であるとき，コインを 2 回投げ終わって持ち点が 1 点である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

第 4 問 (選択問題)(配点 20)

(1) x を循環小数 $2.\dot{3}\dot{6}$ とする。すなわち $x = 2.363636\cdots\cdots$ とする。

このとき $100\times x - x = 236.\dot{3}\dot{6} - 2.\dot{3}\dot{6}$ であるから，x を分数で表すと $x = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

(2) 有理数 y は，7 進法で表すと，二つの数字の並び ab が繰り返し現れる循環小数 $2.\dot{a}\dot{b}_{(7)}$ になるとする。ただし，a，b は 0 以上 6 以下の異なる整数である。このとき $49\times y - y = 2ab.\dot{a}\dot{b}_{(7)} - 2.\dot{a}\dot{b}_{(7)}$ であるから

$y = \dfrac{\boxed{\text{オカ}} + 7\times a + b}{\boxed{\text{キク}}}$ と表せる。

(i) y が，分子が奇数で分母が 4 である分数で表されるのは $y = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{4}$ または $y = \dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{4}$ のときである。$y = \dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{4}$ のときは，$7\times a + b = \boxed{\text{シス}}$ であるから $a = \boxed{\text{セ}}$，$b = \boxed{\text{ソ}}$ である。

(ii) $y-2$ は，分子が 1 で分母が 2 以上の整数である分数で表されるとする。このような y の個数は，全部で $\boxed{\text{タ}}$ 個である。

第 5 問 (選択問題)(配点 20)

△ABC において，辺 BC を 7 : 1 に内分する点を D とし，辺 AC を 7 : 1 に内分する点を E とする。線分 AD と線分 BE の交点を F とし，直線 CF と辺 AB の交点を G とする

と $\dfrac{\mathrm{GB}}{\mathrm{AG}} = \boxed{\text{ア}}$，$\dfrac{\mathrm{FD}}{\mathrm{AF}} = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$，$\dfrac{\mathrm{FC}}{\mathrm{GF}} = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

したがって $\dfrac{\triangle\mathrm{CDG}\text{ の面積}}{\triangle\mathrm{BFG}\text{ の面積}} = \dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ となる。

4 点 B，D，F，G が同一円周上にあり，かつ FD$= 1$ のとき AB$= \boxed{\text{ケコ}}$ である。さらに，AE$= 3\sqrt{7}$ とするとき，$\mathrm{AE}\cdot\mathrm{AC} = \boxed{\text{サシ}}$ であり $\angle\mathrm{AEG} = \boxed{\text{ス}}$ である。$\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ $\angle\mathrm{BGE}$　① $\angle\mathrm{ADB}$　② $\angle\mathrm{ABC}$　③ $\angle\mathrm{BAD}$

数学II・数学B (60 分，100 点)

第1問 (必答問題)(配点 30)

〔1〕(1) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき $\sin\theta > \sqrt{3}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$ ……① となる θ の値の範囲を求めよう。加法定理を用いると $\sqrt{3}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}\cos\theta + \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{イ}}}\sin\theta$ である。よって，三角関数の合成を用いると，① は $\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{\boxed{\text{エ}}}\right) < 0$ と変形できる。したがって，求める範囲は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\pi < \theta < \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\pi$ である。

(2) $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とし，k を実数とする。
$\sin\theta$ と $\cos\theta$ は x の 2 次方程式 $25x^2 - 35x + k = 0$ の解であるとする。このとき，解と係数の関係により $\sin\theta + \cos\theta$ と $\sin\theta\cos\theta$ の値を考えれば，$k = \boxed{\text{ケコ}}$ であることがわかる。

さらに，θ が $\sin\theta \geqq \cos\theta$ を満たすとすると，$\sin\theta = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$，$\cos\theta = \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。このとき，θ は $\boxed{\text{ソ}}$ を満たす。$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

⓪ $0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{12}$	① $\dfrac{\pi}{12} \leqq \theta < \dfrac{\pi}{6}$	② $\dfrac{\pi}{6} \leqq \theta < \dfrac{\pi}{4}$
③ $\dfrac{\pi}{4} \leqq \theta < \dfrac{\pi}{3}$	④ $\dfrac{\pi}{3} \leqq \theta < \dfrac{5}{12}\pi$	⑤ $\dfrac{5}{12}\pi \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$

〔2〕(1) t は正の実数であり，$t^{\frac{1}{3}} - t^{-\frac{1}{3}} = -3$ を満たすとする。このとき $t^{\frac{2}{3}} + t^{-\frac{2}{3}} = \boxed{\text{タチ}}$ である。さらに $t^{\frac{1}{3}} + t^{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}$，$t - t^{-1} = \boxed{\text{トナニ}}$ である。

(2) x，y は正の実数とする。連立方程式

$$\begin{cases} \log_3(x\sqrt{y}) \leqq 5 & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ② \\ \log_{81}\dfrac{y}{x^3} \leqq 1 & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③ \end{cases}$$

について考える。

$X = \log_3 x$，$Y = \log_3 y$ とおくと，② は $\boxed{\text{ヌ}}\,X + Y \leqq \boxed{\text{ネノ}}$ ……④ と変形でき，③ は $\boxed{\text{ハ}}\,X - Y \geqq \boxed{\text{ヒフ}}$ ……⑤ と変形できる。X，Y が ④ と ⑤ を満たすとき，Y のとり得る最大の整数の値は $\boxed{\text{ヘ}}$ である。また，x，y が ②，③ と $\log_3 y = \boxed{\text{ヘ}}$ を同時に満たすとき，x のとり得る最大の整数の値は $\boxed{\text{ホ}}$ である。

第 2 問 (必答問題)(配点 30)

$a > 0$ とし，$f(x) = x^2 - (4a-2)x + 4a^2 + 1$ とおく。座標平面上で，放物線 $y = x^2 + 2x + 1$ を C，放物線 $y = f(x)$ を D とする。また，ℓ を C と D の両方に接する直線とする。

(1) ℓ の方程式を求めよう。ℓ と C は点 $(t,\ t^2 + 2t + 1)$ において接するとすると，ℓ の方程式は $y = \left(\boxed{\text{ア}}\,t + \boxed{\text{イ}}\right)x - t^2 + \boxed{\text{ウ}}$ ……① である。また，ℓ と D は点 $(s,\ f(s))$ において接するとすると，ℓ の方程式は $y = \left(\boxed{\text{エ}}\,s - \boxed{\text{オ}}\,a + \boxed{\text{カ}}\right)x - s^2 + \boxed{\text{キ}}\,a^2 + \boxed{\text{ク}}$ ……② である。ここで，① と ② は同じ直線を表しているので，$t = \boxed{\text{ケ}}$，$s = \boxed{\text{コ}}\,a$ が成り立つ。したがって，ℓ の方程式は $y = \boxed{\text{サ}}\,x + \boxed{\text{シ}}$ である。

(2) 二つの放物線 C，D の交点の x 座標は $\boxed{\text{ス}}$ である。C と直線 ℓ，および直線 $x = \boxed{\text{ス}}$ で囲まれた図形の面積を S とすると，$S = \dfrac{a^{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(3) $a \geqq \dfrac{1}{2}$ とする。二つの放物線 C，D と直線 ℓ で囲まれた図形の中で $0 \leqq x \leqq 1$ を満たす部分の面積 T は，$a > \boxed{\text{タ}}$ のとき，a の値によらず $T = \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ であり，$\dfrac{1}{2} \leqq a \leqq \boxed{\text{タ}}$ のとき $T = -\boxed{\text{テ}}\,a^3 + \boxed{\text{ト}}\,a^2 - \boxed{\text{ナ}}\,a + \dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(4) 次に，(2)，(3) で定めた S，T に対して，$U = 2T - 3S$ とおく。a が $\dfrac{1}{2} \leqq a \leqq \boxed{\text{タ}}$ の範囲を動くとき，U は $a = \dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ で最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ をとる。

第 3 問 (選択問題)(配点 20)

数列 $\{a_n\}$ は，初項 a_1 が 0 であり，$n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ のとき次の漸化式を満たすものとする。

$$a_{n+1} = \frac{n+3}{n+1}\{3a_n + 3^{n+1} - (n+1)(n+2)\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots①$$

(1) $a_2 = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $b_n = \dfrac{a_n}{3^n(n+1)(n+2)}$ とおき，数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよう。$\{b_n\}$ の初項 b_1 は $\boxed{\text{イ}}$ である。① の両辺を $3^{n+1}(n+2)(n+3)$ で割ると

$$b_{n+1} = b_n + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\left(n + \boxed{\text{エ}}\right)\left(n + \boxed{\text{オ}}\right)} - \left(\frac{1}{\boxed{\text{カ}}}\right)^{n+1}$$

を得る。ただし，$\boxed{\text{エ}} < \boxed{\text{オ}}$ とする。

したがって $b_{n+1} - b_n = \left(\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{n + \boxed{\text{エ}}} - \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{n + \boxed{\text{オ}}}\right) - \left(\dfrac{1}{\boxed{\text{カ}}}\right)^{n+1}$ で

ある。

n を 2 以上の自然数とするとき

$$\sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{\boxed{キ}}{k+\boxed{エ}}-\frac{\boxed{キ}}{k+\boxed{オ}}\right)=\frac{1}{\boxed{ク}}\left(\frac{n-\boxed{ケ}}{n+\boxed{コ}}\right)$$

$$\sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{1}{\boxed{カ}}\right)^{k+1}=\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}-\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\left(\frac{1}{\boxed{カ}}\right)^{n}$$

が成り立つことを利用すると $b_n=\dfrac{n-\boxed{ソ}}{\boxed{タ}\left(n+\boxed{チ}\right)}+\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\left(\dfrac{1}{\boxed{カ}}\right)^{n}$

が得られる。これは $n=1$ のときも成り立つ。

(3)　(2) により，$\{a_n\}$ の一般項は

$a_n=\boxed{ツ}^{\,n-\boxed{テ}}\left(n^2-\boxed{ト}\right)+\dfrac{\left(n+\boxed{ナ}\right)\left(n+\boxed{ニ}\right)}{\boxed{ヌ}}$ で与えられる。

ただし，$\boxed{ナ}<\boxed{ニ}$ とする。このことから，すべての自然数 n について，a_n は整数となることがわかる。

(4)　k を自然数とする。

a_{3k}，a_{3k+1}，a_{3k+2} を 3 で割った余りはそれぞれ $\boxed{ネ}$，$\boxed{ノ}$，$\boxed{ハ}$ である。

また，$\{a_n\}$ の初項から第 2020 項までの和を 3 で割った余りは $\boxed{ヒ}$ である。

第 4 問　(選択問題)(配点 20)

点 O を原点とする座標空間に 2 点 A$(3,\ 3,\ -6)$，B$\left(2+2\sqrt{3},\ 2-2\sqrt{3},\ -4\right)$ をとる。3 点 O，A，B の定める平面を α とする。

また，α に含まれる点 C は　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OC}}$，　$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=24\cdots\cdots$① を満たすとする。

(1)　$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}$ であり，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\boxed{オカ}$ である。

(2)　点 C は平面 α 上にあるので，実数 s，t を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と表すことができる。このとき，① から $s=\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}$，$t=\boxed{コ}$ である。

したがって，$|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|=\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}$ である。

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{CB}}=\left(\boxed{ス},\ \boxed{セ},\ \boxed{ソタ}\right)$ である。したがって，平面 α 上の四角形 OABC は $\boxed{チ}$。$\boxed{チ}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。ただし，少なくとも一組の対辺が平行な四角形を台形という。

⓪　正方形である

①　正方形ではないが，長方形である

②　長方形ではないが，平行四辺形である

③ 平行四辺形ではないが，台形である

④ 台形ではない

$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \perp \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ であるので，四角形 OABC の面積は $\boxed{\text{ツテ}}$ である。

(4) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \perp \overrightarrow{\mathrm{OD}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OD}} = 2\sqrt{6}$ かつ z 座標が 1 であるような点 D の座標は
$\left(\boxed{\text{ト}} + \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}},\ \boxed{\text{ヌ}} - \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}},\ 1 \right)$ である。
このとき $\angle\mathrm{COD} = \boxed{\text{ハヒ}}\,^\circ$ である。3 点 O，C，D の定める平面を β とする。α と β は垂直であるので，三角形 ABC を底面とする四面体 DABC の高さは $\sqrt{\boxed{\text{フ}}}$ である。したがって，四面体 DABC の体積は $\boxed{\text{ヘ}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

第 5 問 (選択問題)(配点 20)

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 29 ページの正規分布表*1)を用いてもよい。

ある市の市立図書館の利用状況について調査を行った。

(1) ある高校の生徒 720 人全員を対象に，ある 1 週間に市立図書館で借りた本の冊数について調査を行った。その結果，1 冊も借りなかった生徒が 612 人，1 冊借りた生徒が 54 人，2 冊借りた生徒が 36 人であり，3 冊借りた生徒が 18 人であった。4 冊以上借りた生徒はいなかった。この高校の生徒から 1 人を無作為に選んだとき，その生徒が借りた本の冊数を表す確率変数を X とする。このとき，X の平均（期待値）は $E(X) = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり，X^2 の平均は $E\left(X^2\right) = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。よって，X の標準偏差は $\sigma(X) = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(2) 市内の高校生全員を母集団とし，ある 1 週間に市立図書館を利用した生徒の割合（母比率）を p とする。この母集団から 600 人を無作為に選んだとき，その 1 週間に市立図書館を利用した生徒の数を確率変数 Y で表す。

$p = 0.4$ のとき，Y の平均は $E(Y) = \boxed{\text{キクケ}}$，標準偏差は $\sigma(Y) = \boxed{\text{コサ}}$ になる。ここで，$Z = \dfrac{Y - \boxed{\text{キクケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ とおくと，標本数 600 は十分に大きいので，Z は近似的に標準正規分布に従う。このことを利用して，Y が 215 以下となる確率を求めると，その確率は 0.$\boxed{\text{シス}}$ になる。また，$p = 0.2$ のとき，Y の平均は $\boxed{\text{キクケ}}$ の $\dfrac{1}{\boxed{\text{セ}}}$ 倍，標準偏差は $\boxed{\text{コサ}}$ の $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{3}$ 倍である。

*1) 原文のまま。正規分布表は本誌には未掲載。

(3)　市立図書館に利用者登録のある高校生全員を母集団とする。1 回あたりの利用時間（分）を表す確率変数を W とし，W は母平均 m，母標準偏差 30 の分布に従うとする。この母集団から大きさ n の標本 W_1，W_2，$\cdots$，W_n を無作為に抽出した。利用時間が 60 分をどの程度超えるかについて調査するために $U_1 = W_1 - 60$，$U_2 = W_2 - 60$，$\cdots$，$U_n = W_n - 60$ とおくと，確率変数 U_1，U_2，$\cdots$，U_n の平均と標準偏差はそれぞれ

$$E(U_1) = E(U_2) = \cdots = E(U_n) = m - \boxed{\text{タチ}}$$

$$\sigma(U_1) = \sigma(U_2) = \cdots = \sigma(U_n) = \boxed{\text{ツテ}}$$

である。ここで，$t = m - 60$ として，t に対する信頼度 95% の信頼区間を求めよう。この母集団から無作為抽出された 100 人の生徒に対して U_1，U_2，$\cdots$，U_{100} の値を調べたところ，その標本平均の値が 50 分であった。標本数は十分大きいことを利用して，この信頼区間を求めると $\boxed{\text{トナ}}\,.\,\boxed{\text{ニ}} \leqq t \leqq \boxed{\text{ヌネ}}\,.\,\boxed{\text{ノ}}$ になる。