# 平成30年度 センター試験 (本試　平成30年1月14日実施)

## 数学I・数学A　(60分, 100点)

### 第1問　(必答問題)(配点 30)

〔1〕　$x$ を実数とし　$A = x(x+1)(x+2)(5-x)(6-x)(7-x)$ とおく。
整数 $n$ に対して　$(x+n)(n+5-x) = x(5-x) + n^2 + \boxed{\text{ア}}\, n$
であり，したがって，$X = x(5-x)$ とおくと　$A = X(X + \boxed{\text{イ}})(X + \boxed{\text{ウエ}})$
と表せる。

$x = \dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$ のとき，$X = \boxed{\text{オ}}$ であり，$A = 2^{\boxed{\text{カ}}}$ である。

〔2〕(1)　全体集合 $U$ を $U = \{x \mid x$ は 20 以下の自然数$\}$ とし，次の部分集合 $A$，$B$，$C$ を考える。

$A = \{x \mid x \in U$ かつ $x$ は 20 の約数$\}$　$B = \{x \mid x \in U$ かつ $x$ は 3 の倍数$\}$
$C = \{x \mid x \in U$ かつ $x$ は偶数$\}$

集合 $A$ の補集合を $\overline{A}$ と表し，空集合を $\varnothing$ と表す。

次の $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

集合の関係　(a) $A \subset C$　(b) $A \cap B = \varnothing$　の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{キ}}$ である。

| | ⓪ | ① | ② | ③ |
|---|---|---|---|---|
| (a) | 正 | 正 | 誤 | 誤 |
| (b) | 正 | 誤 | 正 | 誤 |

次の $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

集合の関係　(c) $(A \cup C) \cap B = \{6,\ 12,\ 18\}$　(d) $(\overline{A} \cap C) \cup B = \overline{A} \cap (B \cup C)$
の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{ク}}$ である。

| | ⓪ | ① | ② | ③ |
|---|---|---|---|---|
| (c) | 正 | 正 | 誤 | 誤 |
| (d) | 正 | 誤 | 正 | 誤 |

(2)　実数 $x$ に関する次の条件 $p$，$q$，$r$，$s$ を考える。

$p : |x-2| > 2$，　$q : x < 0$，　$r : x > 4$，　$s : \sqrt{x^2} > 4$

次の $\boxed{\text{ケ}}$ ，$\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを， 下の ⓪ ～ ③ のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$q$ または $r$ であることは，$p$ であるための $\boxed{\text{ケ}}$ 。また，$s$ は $r$ であるための $\boxed{\text{コ}}$ 。

⓪ 必要条件であるが，十分条件ではない
① 十分条件であるが，必要条件ではない
② 必要十分条件である
③ 必要条件でも十分条件でもない

〔3〕 $a$ を正の実数とし $f(x) = ax^2 - 2(a+3)x - 3a + 21$ とする。
2 次関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の $x$ 座標を $p$ とおくと

$p = \boxed{\text{サ}} + \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{a}$ である。

$0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(4)$ となるような $a$ の値の範囲は $0 < a \leqq \boxed{\text{ス}}$ である。

また，$0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(p)$ となるような $a$ の値の範囲は $\boxed{\text{セ}} \leqq a$ である。

したがって，$0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が 1 であるのは

$a = \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ または $a = \dfrac{\boxed{\text{チ}} + \sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のときである。

## 第 2 問 (必答問題)(配点 30)

〔1〕 四角形 ABCD において，3 辺の長さをそれぞれ AB= 5，BC=9，CD=3，対角線ＡＣの長さを AC= 6 とする。このとき

$\cos\angle\mathrm{ABC} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$， $\sin\angle\mathrm{ABC} = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

ここで，四角形 ABCD は台形であるとする。

次の $\boxed{\text{カ}}$ には下の ⓪ ～ ② から，$\boxed{\text{キ}}$ には ③・④ から当てはまるものを一つずつ選べ。

CD $\boxed{\text{カ}}$ AB・$\sin\angle\mathrm{ABC}$ であるから $\boxed{\text{キ}}$ である。

⓪ $<$　　① $=$　　② $>$
③ 辺 AD と辺 BC が平行　　④ 辺 AB と辺 CD が平行

したがって BD= $\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

〔2〕　ある陸上競技大会に出場した選手の身長（単位は cm）と体重（単位は kg）のデータが得られた。男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループに分けると，それぞれのグループの選手数は，男子短距離が 328 人，男子長距離が 271 人，女子短距離が 319 人，女子長距離が 263 人である。

(1)　次ページの図 1[*1)] および図 2[*1)] は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループにおける，身長のヒストグラムおよび箱ひげ図である。

次の $\boxed{\text{サ}}$ ， $\boxed{\text{シ}}$ にあてはまるものを，下の ⓪ ～ ⑥ のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図 1 および図 2 から読み取れる内容として正しいものは， $\boxed{\text{サ}}$ ， $\boxed{\text{シ}}$ である。

⓪ 四つのグループのうちで範囲が最も大きいのは，女子短距離グループである。
① 四つのグループのすべてにおいて，四分位範囲は 12 未満である。
② 男子長距離グループのヒストグラムでは，度数最大の階級に中央値が入っている。
③ 女子長距離グループのヒストグラムでは，度数最大の階級に第 1 四分位数が入っている。
④ すべての選手の中で最も身長の高い選手は，男子長距離グループの中にいる。
⑤ すべての選手の中で最も身長の低い選手は，女子長距離グループの中にいる。
⑥ 男子短距離グループの中央値と男子長距離グループの第 3 四分位数は，ともに 180 以上 182 未満である。

(2)　身長を $H$，体重を $W$ とし，$X$ を $X=\left(\dfrac{H}{100}\right)^2$ で，$Z$ を $Z=\dfrac{W}{X}$ で定義する。次ページの図 3[*1)] は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループにおける $X$ と $W$ のデータの散布図である。ただし，原点を通り，傾きが 15， 20， 25， 30 である四つの直線 $l_1$， $l_2$， $l_3$， $l_4$ も補助的に描いている。また，次ページの図 4[*1)] の (a)， (b)， (c)， (d) で示す $Z$ の四つの箱ひげ図は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループのいずれかの箱ひげ図に対応している。

次の $\boxed{\text{ス}}$ ， $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図 3 および図 4 から読み取れる内容として正しいものは， $\boxed{\text{ス}}$ ， $\boxed{\text{セ}}$ である。

⓪ 四つのグループのすべてにおいて，$X$ と $W$ には負の相関がある。
① 四つのグループのうちで $Z$ の中央値が一番大きいのは，男子長距離グループである。
② 四つのグループのうちで $Z$ の範囲が最小なのは，男子長距離グループである。
③ 四つのグループのうちで $Z$ の四分位範囲が最小なのは，男子短距離グループである。
④ 女子長距離グループのすべての $Z$ の値は 25 より小さい。
⑤ 男子長距離グループの $Z$ の箱ひげ図は (c) である。

---

*1) 原文のまま。図 1，図 2，図 3，図 4 は著作権の関係で本誌には未掲載。

(3)　$n$ を自然数とする。実数値のデータ $x_1$, $x_2$, $\cdots$, $x_n$ および $w_1$, $w_2$, $\cdots$, $w_n$ に対して，それぞれの平均値を

$\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$,　$\overline{w} = \dfrac{w_1 + w_2 + \cdots + w_n}{n}$ とおく。

等式 $(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)\overline{w} = n\overline{x}\,\overline{w}$ などに注意すると，偏差の積の和は

$(x_1 - \overline{x})(w_1 - \overline{w}) + (x_2 - \overline{x})(w_2 - \overline{w}) + \cdots + (x_n - \overline{x})(w_n - \overline{w})$

$= x_1w_1 + x_2w_2 + \cdots + x_nw_n - \boxed{\text{ソ}}$ となることがわかる。

$\boxed{\text{ソ}}$ にあてはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ $\overline{x}\,\overline{w}$　① $(\overline{x}\,\overline{w})^2$　② $n\overline{x}\,\overline{w}$　③ $n^2\overline{x}\,\overline{w}$

## 第3問 (選択問題)(配点 20)

一般に，事象 $A$ の確率を $P(A)$ で表す。また，事象 $A$ の余事象を $\overline{A}$ と表し，二つの事象 $A$, $B$ の積事象を $A \cap B$ と表す。

大小2個のさいころを同時に投げる試行において

$A$ を「大きいさいころについて，4の目が出る」という事象

$B$ を「2個のさいころの出た目の和が7である」という事象

$C$ を「2個のさいころの出た目の和が9である」という事象

とする。

(1)　事象 $A$, $B$, $C$ の確率は，それぞれ

$P(A) = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$,　$P(B) = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$,　$P(C) = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(2)　事象 $C$ が起こったときの事象 $A$ が起こる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，

事象 $A$ が起こったときの事象 $C$ が起こる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(3)　次の $\boxed{\text{サ}}$ , $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ② のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$P(A \cap B)\ \boxed{\text{サ}}\ P(A)P(B)$　　$P(A \cap C)\ \boxed{\text{シ}}\ P(A)P(C)$

⓪ $<$　① $=$　② $>$

(4)　大小2個のさいころを同時に投げる試行を2回繰り返す。1回目に事象 $A \cap B$ が起こり，2回目に事象 $\overline{A} \cap C$ が起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$ である。三つの事象 $A$, $B$, $C$ がいずれもちょうど1回ずつ起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

## 第 4 問　(選択問題)(配点 20)

(1)　144 を素因数分解すると，$144 = 2^{\boxed{ア}} \times \boxed{\text{イ}}^{\boxed{ウ}}$ であり，144 の正の約数の個数は $\boxed{\text{エオ}}$ 個である。

(2)　不定方程式 $144x - 7y = 1$ の整数解 $x$，$y$ の中で，$x$ の絶対値が最小になるのは
$x = \boxed{\text{カ}}$，$y = \boxed{\text{キク}}$ であり，すべての整数解は，$k$ を整数として
$x = \boxed{\text{ケ}}\,k + \boxed{\text{カ}}$，　$y = \boxed{\text{コサシ}}\,k + \boxed{\text{キク}}$ と表される。

(3)　144 の倍数で，7 で割ったら余りが 1 となる自然数のうち，正の約数の個数が 18 個である最小のものは $144 \times \boxed{\text{ス}}$ であり，正の約数の個数が 30 個である最小のものは $144 \times \boxed{\text{セソ}}$ である。

## 第 5 問　(選択問題)(配点 20)

$\triangle$ABC において AB $= 2$，AC $= 1$，$\angle$A $= 90^\circ$ とする。$\angle$A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると，$\mathrm{BD} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

点 A を通り点 D で辺 BC に接する円と辺 AB との交点で A と異なるものを E とすると，$\mathrm{AB} \cdot \mathrm{BE} = \dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であるから，$\mathrm{BE} = \dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

次の $\boxed{\text{コ}}$ には ⓪ ～ ② から，$\boxed{\text{サ}}$ には ③・④ から当てはまるものを一つずつ選べ。
$\dfrac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BD}}\ \boxed{\text{コ}}\ \dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$ であるから，直線 AC と直線 DE の交点は辺 AC の端点 $\boxed{\text{サ}}$ の側の延長上にある。

⓪ $<$　　① $=$　　② $>$　　③ A　　④ C

その交点を F とすると，$\dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AF}} = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であるから，$\mathrm{CF} = \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。したがって，BF の長さが求まり，$\dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{AB}}$ であることがわかる。

次の $\boxed{\text{タ}}$ には下の ⓪ ～ ③ から当てはまるものを一つ選べ。

点 D は $\triangle$ABF の $\boxed{\text{タ}}$。

⓪ 外心である　　① 内心である　　② 重心である
③ 外心，内心，重心のいずれでもない

# 数学II・数学B　(60 分, 100 点)

## 第1問　(必答問題)(配点 30)

〔1〕(1)　1 ラジアンとは，$\boxed{\text{ア}}$ のことである。$\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ 半径が 1，面積が 1 の扇形の中心角の大きさ
① 半径が $\pi$，面積が 1 の扇形の中心角の大きさ
② 半径が 1，弧の長さが 1 の扇形の中心角の大きさ
③ 半径が $\pi$，弧の長さが 1 の扇形の中心角の大きさ

(2)　$144°$ を弧度で表すと $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\pi$ ラジアンである。また，$\dfrac{23}{12}\pi$ ラジアンを度で表すと $\boxed{\text{エオカ}}°$ である。

(3)　$\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲で

$2\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{5}\right) - 2\cos\left(\theta + \dfrac{\pi}{30}\right) = 1 \cdots\cdots$ ① を満たす $\theta$ の値を求めよう。

$x = \theta + \dfrac{\pi}{5}$ とおくと，① は

$2\sin x - 2\cos\left(x - \dfrac{\pi}{\boxed{\text{キ}}}\right) = 1$ と表せる。

加法定理を用いると，この式は

$\sin x - \sqrt{\boxed{\text{ク}}}\cos x = 1$ となる。さらに，三角関数の合成を用いると

$\sin\left(x - \dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}\right) = \dfrac{1}{\boxed{\text{コ}}}$ と変形できる。

$x = \theta + \dfrac{\pi}{5}$，$\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ だから，$\theta = \dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}\pi$ である。

〔2〕　$c$ を正の定数として，不等式 $x^{\log_3 x} \geqq \left(\dfrac{x}{c}\right)^3 \cdots\cdots$ ② を考える。

3 を底とする ② の両辺の対数をとり，$t = \log_3 x$ とおくと

$t^{\boxed{\text{ソ}}} - \boxed{\text{タ}}\,t + \boxed{\text{タ}}\log_3 c \geqq 0 \cdots\cdots$ ③ となる。ただし，対数 $\log_a b$ に対し，$a$ を底といい，$b$ を真数という。

$c = \sqrt[3]{9}$ のとき，② を満たす $x$ の値の範囲を求めよう。③ により

$t \leqq \boxed{\text{チ}}$，$t \geqq \boxed{\text{ツ}}$ である。

さらに，真数の条件を考えて $\boxed{\text{テ}} < x \leqq \boxed{\text{ト}}$，$x \geqq \boxed{\text{ナ}}$ となる。

次に ② が $x > \boxed{\text{テ}}$ の範囲でつねに成り立つような $c$ の値の範囲を求めよう。

$x$ が $x > \boxed{\text{テ}}$ の範囲を動くとき，$t$ のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ニ}}$ である。$\boxed{\text{ニ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

| | |
|---|---|
| ⓪ 正の実数全体 | ① 負の実数全体 |
| ② 実数全体 | ③ 1 以外の実数全体 |

この範囲の $t$ に対して，③ がつねに成り立つための必要十分条件は，$\log_3 c \geqq \dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。すなわち，$c \geqq \sqrt[\boxed{\text{ノ}}]{\boxed{\text{ハヒ}}}$ である。

## 第 2 問　(必答問題)(配点 30)

〔1〕　$p>0$ とする。座標平面上の放物線 $y=px^2+qx+r$ を $C$ とし，直線 $y=2x-1$ を $\ell$ とする。$C$ は点 $\mathrm{A}(1,1)$ において $\ell$ と接しているとする。

(1)　$q$ と $r$ を，$p$ を用いて表そう。放物線 $C$ 上の点 A における接線 $\ell$ の傾きは $\boxed{\text{ア}}$ であることから，$q=\boxed{\text{イウ}}\,p+\boxed{\text{エ}}$ がわかる。さらに，$C$ は点 A を通ることから，$r=p-\boxed{\text{オ}}$ となる。

(2)　$v>1$ とする。放物線 $C$ と直線 $\ell$ および直線 $x=v$ で囲まれた図形の面積 $S$ は

$S=\dfrac{p}{\boxed{\text{カ}}}\left(v^3-\boxed{\text{キ}}\,v^2+\boxed{\text{ク}}\,v-\boxed{\text{ケ}}\right)$ である。

また，$x$ 軸と $\ell$ および 2 直線 $x=1$，$x=v$ で囲まれた図形の面積 $T$ は，
$T=v^{\boxed{\text{コ}}}-v$ である。

$U=S-T$ は $v=2$ で極値をとるとする。このとき，$p=\boxed{\text{サ}}$ であり，$v>1$ の範囲で $U=0$ となる $v$ の値を $v_0$ とすると，$v_0=\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。$1<v<v_0$ の範囲で $U$ は $\boxed{\text{ソ}}$。

$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。

⓪　つねに増加する　①　つねに減少する　②　正の値のみをとる
③　負の値のみをとる　④　正と負のどちらの値もとる

$p=\boxed{\text{サ}}$ のとき，$v>1$ における $U$ の最小値は $\boxed{\text{タチ}}$ である。

〔2〕　関数 $f(x)$ は $x\geqq 1$ の範囲でつねに $f(x)\leqq 0$ を満たすとする。$t>1$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と $x$ 軸および 2 直線 $x=1$，$x=t$ で囲まれた図形の面積を $W$ とする。$t$ が $t>1$ の範囲を動くとき，$W$ は，底辺の長さが $2t^2-2$，他の 2 辺の長さがそれぞれ $t^2+1$ の二等辺三角形の面積とつねに等しいとする。このとき，$x>1$ における $f(x)$ を求めよう。

$F(x)$ を $f(x)$ の不定積分とする。一般に，$F'(x)=\boxed{\text{ツ}}$，$W=\boxed{\text{テ}}$ が成り立つ。$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑧ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪　$-F(t)$　①　$F(t)$　②　$F(t)-F(1)$
③　$F(t)+F(1)$　④　$-F(t)+F(1)$　⑤　$-F(t)-F(1)$
⑥　$-f(x)$　⑦　$f(x)$　⑧　$f(x)-f(1)$

したがって，$t>1$ において $f(t) = \boxed{\text{トナ}}\, t^{\boxed{\text{ニ}}} + \boxed{\text{ヌ}}$ である。よって，$x>1$ における $f(x)$ がわかる。

## 第 3 問　(選択問題)(配点 20)

第 4 項が 30，初項から第 8 項までの和が 288 である等差数列を $\{a_n\}$ とし，$\{a_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とする。また，第 2 項が 36，初項から第 3 項までの和が 156 である等比数列で公比が 1 より大きいものを $\{b_n\}$ とし，$\{b_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和を $T_n$ とする。

(1)　$\{a_n\}$ の初項は $\boxed{\text{アイ}}$，公差は $\boxed{\text{ウエ}}$ であり
$S_n = \boxed{\text{オ}}\, n^2 - \boxed{\text{カキ}}\, n$ である。

(2)　$\{b_n\}$ の初項は $\boxed{\text{クケ}}$，公比は $\boxed{\text{コ}}$ であり
$T_n = \boxed{\text{サ}}\left(\boxed{\text{シ}}^{\,n} - \boxed{\text{ス}}\right)$ である。

(3)　数列 $\{c_n\}$ を次のように定義する。

$$
\begin{aligned}
c_n &= \sum_{k=1}^{n}(n-k+1)(a_k-b_k)\\
&= n(a_1-b_1)+(n-1)(a_2-b_2)+\cdots+2(a_{n-1}-b_{n-1})+(a_n-b_n)\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (n=1,2,3,\cdots)
\end{aligned}
$$

たとえば

$c_1 = a_1-b_1$，　$c_2 = 2(a_1-b_1)+(a_2-b_2)$，　$c_3 = 3(a_1-b_1)+2(a_2-b_2)+(a_3-b_3)$

である。数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよう。

$\{c_n\}$ の階差数列を $\{d_n\}$ とする。$d_n = c_{n+1}-c_n$ であるから，$d_n = \boxed{\text{セ}}$ を満たす。$\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑦ のうちから一つ選べ。

| | | |
|---|---|---|
| ⓪ $S_n+T_n$ | ① $S_n-T_n$ | ② $-S_n+T_n$ |
| ③ $-S_n-T_n$ | ④ $S_{n+1}+T_{n+1}$ | ⑤ $S_{n+1}-T_{n+1}$ |
| ⑥ $-S_{n+1}+T_{n+1}$ | ⑦ $-S_{n+1}-T_{n+1}$ | |

したがって，(1) と (2) により $d_n = \boxed{\text{ソ}}\, n^2 - 2\cdot \boxed{\text{タ}}^{\,n+\boxed{\text{チ}}}$ である。$c_1 = \boxed{\text{ツテト}}$ であるから，$\{c_n\}$ の一般項は

$c_n = \boxed{\text{ナ}}\, n^3 - \boxed{\text{ニ}}\, n^2 + n + \boxed{\text{ヌ}} - \boxed{\text{タ}}^{\,n+\boxed{\text{ネ}}}$ である。

## 第 4 問　(選択問題)(配点 20)

$a$ を $0<a<1$ を満たす定数とする。三角形 ABC を考え，辺 AB を $1:3$ に内分する点を D，辺 BC を $a:(1-a)$ に内分する点を E，直線 AE と直線 CD の交点を F とする。$\overrightarrow{\mathrm{FA}} = \vec{p}$，$\overrightarrow{\mathrm{FB}} = \vec{q}$，$\overrightarrow{\mathrm{FC}} = \vec{r}$ とおく。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \boxed{\text{ア}}$ であり

$\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|^2 = \left|\vec{p}\right|^2 - \boxed{\text{イ}}\ \vec{p}\cdot\vec{q} + \left|\vec{q}\right|^2 \cdots\cdots$ ① である。ただし，$\boxed{\text{ア}}$ については，当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ $\vec{p}+\vec{q}$　① $\vec{p}-\vec{q}$　② $\vec{q}-\vec{p}$　③ $-\vec{p}-\vec{q}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{FD}}$ を $\vec{p}$ と $\vec{q}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{\mathrm{FD}} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\vec{p} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\vec{q} \cdots\cdots ② \text{ である。}$$

(3) $s$，$t$ をそれぞれ $\overrightarrow{\mathrm{FD}} = s\vec{r}$，　$\overrightarrow{\mathrm{FE}} = t\vec{p}$ となる実数とする。$s$ と $t$ を $a$ を用いて表そう。

$\overrightarrow{\mathrm{FD}} = s\vec{r}$ であるから，② により

$\vec{q} = \boxed{\text{キク}}\ \vec{p} + \boxed{\text{ケ}}\ s\vec{r} \cdots\cdots$ ③ である。また，$\overrightarrow{\mathrm{FE}} = t\vec{p}$ であるから

$$\vec{q} = \frac{t}{\boxed{\text{コ}} - \boxed{\text{サ}}}\vec{p} - \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{コ}} - \boxed{\text{サ}}}\vec{r} \quad \cdots\cdots ④ \text{ である。}$$

③ と ④ により

$$s = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}\left(\boxed{\text{コ}} - \boxed{\text{サ}}\right)},\qquad t = \boxed{\text{タチ}}\left(\boxed{\text{コ}} - \boxed{\text{サ}}\right) \text{ である。}$$

(4) $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{BE}}\right|$ とする。$\left|\vec{p}\right| = 1$ のとき，$\vec{p}$ と $\vec{q}$ の内積を $a$ を用いて表そう。

① により $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|^2 = 1 - \boxed{\text{イ}}\ \vec{p}\cdot\vec{q} + \left|\vec{q}\right|^2$ である。また

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{BE}}\right|^2 = \boxed{\text{ツ}}\left(\boxed{\text{コ}} - \boxed{\text{サ}}\right)^2 + \boxed{\text{テ}}\left(\boxed{\text{コ}} - \boxed{\text{サ}}\right)\vec{p}\cdot\vec{q} + \left|\vec{q}\right|^2 \text{ である。}$$

したがって $\vec{p}\cdot\vec{q} = \dfrac{\boxed{\text{トナ}} - \boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

## 第 5 問　(選択問題)(配点 20)

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 29 ページの正規分布表[*2)]を用いてもよい。

(1) $a$ を正の整数とする。2，4，6，…，$2a$ の数字がそれぞれ一つずつ書かれた $a$ 枚のカードが箱に入っている。この箱から 1 枚のカードを無作為に取り出すとき，そこに書かれた数字を表す確率変数を $X$ とする。

このとき，$X = 2a$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

$a = 5$ とする。$X$ の平均（期待値）は $\boxed{\text{ウ}}$，$X$ の分散は $\boxed{\text{エ}}$ である。また，$s$，

---

[*2)] 原文のまま。正規分布表は本誌には未掲載。

$t$ は定数で $s>0$ のとき，$sX+t$ の平均が 20，分散が 32 となるように $s$，$t$ を定めると，$s=$ $\boxed{\text{オ}}$ ，$t=$ $\boxed{\text{カ}}$ である。このとき，$sX+t$ が 20 以上である確率は 0.$\boxed{\text{キ}}$ である。

(2)　(1) の箱のカードの枚数 $a$ は 3 以上とする。この箱から 3 枚のカードを同時に取り出し，それらのカードを横 1 列に並べる。この試行において，カードの数字が左から小さい順に並んでいる事象を $A$ とする。このとき，事象 $A$ の起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

この試行を 180 回繰り返すとき，事象 $A$ が起こる回数を表す確率変数を $Y$ とすると，$Y$ の平均 $m$ は $\boxed{\text{コサ}}$ ，$Y$ の分散 $\sigma^2$ は $\boxed{\text{シス}}$ である。ここで，事象 $A$ が 18 回以上 36 回以下起こる確率の近似値を次のように求めよう。

試行回数 180 は大きいことから，$Y$ は近似的に平均 $m=$ $\boxed{\text{コサ}}$ ，標準偏差 $\sigma=\sqrt{\boxed{\text{シス}}}$ の正規分布に従うと考えられる。ここで，$Z=\dfrac{Y-m}{\sigma}$ とおくと，求める確率の近似値は次のようになる。

$$P(18 \leqq Y \leqq 36)=P\left(-\boxed{\text{セ}}.\boxed{\text{ソタ}} \leqq Z \leqq \boxed{\text{チ}}.\boxed{\text{ツテ}}\right)=0.\boxed{\text{トナ}}$$

(3)　ある都市での世論調査において，無作為に 400 人の有権者を選び，ある政策に対する賛否を調べたところ，320 人が賛成であった。この都市の有権者全体のうち，この政策の賛成者の母比率 $p$ に対する信頼度 95 %の信頼区間を求めたい。

この調査での賛成者の比率（以下，これを標本比率という）は 0.$\boxed{\text{ニ}}$ である。標本の大きさが 400 と大きいので，二項分布の正規分布による近似を用いると，$p$ に対する信頼度 95 %の信頼区間は 0.$\boxed{\text{ヌネ}}$ $\leqq p \leqq$ 0.$\boxed{\text{ノハ}}$ である。

母比率 $p$ に対する信頼区間 $A \leqq p \leqq B$ において，$B-A$ をこの信頼区間の幅とよぶ。以下，R を標本比率とし，$p$ に対する信頼度 95 %の信頼区間を考える。

上で求めた信頼区間の幅を $L_1$

標本の大きさが 400 の場合に $R=0.6$ が得られたときの信頼区間の幅を $L_2$

標本の大きさが 500 の場合に $R=0.8$ が得られたときの信頼区間の幅を $L_3$

とする。このとき，$L_1$，$L_2$，$L_3$ について $\boxed{\text{ヒ}}$ が成り立つ。$\boxed{\text{ヒ}}$ に当てはまるものを，次の 0 ～ 5 のうちから一つ選べ。

| | | |
|---|---|---|
| 0　$L_1<L_2<L_3$ | 1　$L_1<L_3<L_2$ | 2　$L_2<L_1<L_3$ |
| 3　$L_2<L_3<L_1$ | 4　$L_3<L_1<L_2$ | 5　$L_3<L_2<L_1$ |