

連載：軌跡

連珠( $\infty$ )の光跡

川戸 功一

私は九十九里浜に近い東金市で、昭和30年4月に生まれた。趣味はと聞かれたら、昔は「潮干狩りとトランペット」と答えていた。最近はハマグリが規制が厳しくなったので自粛し、「鮎物とトランペット」と答えている。初任校は野田北高校、次に土気高校、情報教育センター、総合教育センター、高校教育課(教職員課)、指導課を経て、県立船橋高校、成東高校、再び指導課・総合教育センター、磯辺高校を経て最後に県立中央博物館を平成28年3月に定年退職した。この間に会った多くの生徒や教育関係者に深く感謝を申し上げたい。

## 1 朝の輝き

## (1) 連珠曲線の弧長を求める

現行学習指導要領、数学IIIには「積分の応用」として、放物線の弧長問題など“曲線の長さ”の取り扱いが復活した。高校時代の受験参考書<sup>1)</sup>に楕円の弧長に関連して楕円関数という記述があった。

レムニスケート曲線の弧長<sup>2)</sup>  $L(x)$  と単位円  $x^2 + y^2 = 1$  の弧長  $l(x)$  は、曲線の長さを求める積分公式からそれぞれ、

$$L(x) = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}, \quad l(x) = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

となる。微積分学が拓く楕円関数と三角関数の神秘的な関係に強く感動した。

## (2) 偏微分方程式論(溝畑茂)

大学では、主に解析学を学んだ。毎週火曜日の午後、高木貞治と同じ旧制三高出身の教授によるマンツーマンのゼミ形式で、3年かけて溝畑茂著「偏微分方程式論」<sup>3)</sup>を読破した。酒好きで物静かな教授は大学で化学を専攻して社会人となった。改めて数学を志して辻正次流「函数論」を修めたそうだ。ゼミ後の酒宴の数学基礎論などの歓談はいつも楽しかった。正直なところ、この専門書の理解は上滑りであった。いまでも、ゼミで説明に詰まり立ち往生する夢を

<sup>1)</sup> 確か矢野健太郎著「難問解法のテクニック」だったと思う。後に、高木貞治著「近世数学史談」の影響も大いに受けた。

<sup>2)</sup>  $x$  軸上の二点  $(\pm a, 0)$  からの距離の積が、一定値  $a^2$  となる点  $P$  の軌跡として  $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$  の方程式で特徴付けられる。いわゆる連珠曲線の弧長  $L(x)$  の逆関数  $L^{-1}(x)$  はレムニスケートのサインと呼ばれる楕円関数である。 $l^{-1}(x) = \sin(x)$  と対比して欲しい。

<sup>3)</sup> 高校物理で学習する閉管、開管でいえばトランペットは閉管である。開管であるフルートと同じ音階列に従う理由が分からなかった。この謎を偏微分方程式を使って詳しく知りたかった。

見ることがある。不連続関数の微分はできないが、超関数<sup>4)</sup> の概念に基づく微分なるものを知って大学数学の自由奔放さを満喫した。

## 2 午後の陽炎

### (1) マウスピースの円錐構造

磯辺高校時代、吹奏楽部員に対して純正律と金管楽器の構造について講話する機会を得た。下調べをしていて、金管楽器の音階列の謎は、マウスピースの中で発生する球面波<sup>5)</sup> が鍵であることを、高校以来初めて納得できた。

### (2) 貝殻はハイテク素材

県立中央博物館時代に、真珠の美しさの秘密を教えてもらった。貝殻は炭酸カルシウムでできているがハイテク素材の原点のひとつである。ハマグリなどはカルサイトとアラゴナイトという異なる結晶構造を生体高分子で制御<sup>6)</sup> しながら貝殻を作る。いつの間にか生徒の影響で量子化学が好きになり、この鉱物の神秘を調べることを楽しんでいる。東京で開催されるいくつかのミネラルフェアにも時々顔を出している。

### (3) アナレンマの光跡のように

一年を通じて同じ時刻（正午）に、同じ場所から太陽を撮影して合成写真を作ることができたら、太陽の描く「8の字」の曲線（アナレンマ）ができる。毎回、正午に撮影しているにもかかわらず、地球の公転軌道が楕円であるため等で、正午に太陽が真南に来ていない場合が多いからである。私の高校時代に会った楕円関数に代表される数学は、多様な人々との出会いをこれからも私に与えてくれることを願っている。あたかも年ごとに少しずつ「8の字」の形を変えるアナレンマの光跡のように。

<sup>4)</sup> 例えば、理論物理に登場する  $\delta(x)$  である。  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$ ,  $\delta(x) = 0 (x \neq 0)$ .

畏友（印度哲学専攻）の影響で恐縮だが、あたかも高校の微積分は「釈迦の仏教（南伝仏教）」であり、大学の微積分は般若心経で知られる「大乘仏教（北伝仏教）」に例えられる。

<sup>5)</sup> 気体の音圧  $p$  に関する3次元波動方程式  $\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \Delta p = 0$  を解くことにより、音圧  $p$  と粒子速度  $u$  の比「音響インピーダンス ( $p/u$ )」がマウスピースからの距離や周波数で位相が変化する。この理由で開管の音階列と同じになる。クラリネットのような円筒管であれば平面波なので位相は揃うことになる。

<sup>6)</sup> コンキオリンというタンパク質のアミノ酸配列中のカルボキシ基に結合する酸素が、特定の“結晶の長さ”に応じてカルシウムと配位結合をしている。