平成29年度 センター試験 (本試　平成29年1月15日実施)

数学I・数学A　(60分, 100点)

第1問 (必答問題)(配点30)

〔1〕　x は正の実数で，$x^2+\dfrac{4}{x^2}=9$ を満たすとする。このとき $\left(x+\dfrac{2}{x}\right)^2=\boxed{\text{アイ}}$ であるから，$x+\dfrac{2}{x}=\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$ である。さらに

$$x^3+\frac{8}{x^3}=\left(x+\frac{2}{x}\right)\left(x^2+\frac{4}{x^2}-\boxed{\text{ウ}}\right)=\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}$$

である。また $x^4+\dfrac{16}{x^4}=\boxed{\text{キク}}$ である。

〔2〕　実数 x に関する2つの条件 p, q を

$$p:\ x=1 \qquad q:\ x^2=1$$

とする。また，条件 p, q の否定をそれぞれ $\overline{p}, \overline{q}$ で表す。

(1)　次の $\boxed{\text{ケ}}$, $\boxed{\text{コ}}$, $\boxed{\text{サ}}$, $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ 〜 ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

q は p であるための $\boxed{\text{ケ}}$。　　$\overline{p}$ は q であるための $\boxed{\text{コ}}$。

(p または $\overline{q}$) は q であるための $\boxed{\text{サ}}$。　　($\overline{p}$ かつ q) は q であるための $\boxed{\text{シ}}$。

⓪ 必要条件だが十分条件でない　　① 十分条件だが必要条件でない
② 必要十分条件である　　③ 必要条件でも十分条件でもない

(2)　実数 x に関する条件 r を $r: x>0$ とする。次の $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ 〜 ⑦ のうちから一つ選べ。

3つの命題　A:「(p かつ q) $\Longrightarrow r$」　B:「$q \Longrightarrow r$」　C:「$\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$」

の真偽について正しいものは $\boxed{\text{ス}}$ である。

⓪ Aは真，Bは真，Cは真　　① Aは真，Bは真，Cは偽
② Aは真，Bは偽，Cは真　　③ Aは真，Bは偽，Cは偽
④ Aは偽，Bは真，Cは真　　⑤ Aは偽，Bは真，Cは偽
⑥ Aは偽，Bは偽，Cは真　　⑦ Aは偽，Bは偽，Cは偽

〔3〕　a を定数とし，$g(x)=x^2-2(3a^2+5a)x+18a^4+30a^3+49a^2+16$ とおく。2次関数 $y=g(x)$ のグラフの頂点は

$$\left(\boxed{\text{セ}}\,a^2+\boxed{\text{ソ}}\,a,\ \boxed{\text{タ}}\,a^4+\boxed{\text{チツ}}\,a^2+\boxed{\text{テト}}\right)$$ である。

a が実数全体を動くとき，頂点の x 座標の最小値は $-\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

次に，$t=a^2$ とおくと，頂点の y 座標は $\boxed{\text{タ}}\,t^2+\boxed{\text{チツ}}\,t+\boxed{\text{テト}}$ と表せる。したがって，a が実数全体を動くとき，頂点の y 座標の最小値は $\boxed{\text{ノハ}}$ である。

第 2 問 (必答問題)(配点 30)

〔1〕 △ABC において，AB=$\sqrt{3}-1$，BC=$\sqrt{3}+1$，∠ABC=60° とする。

(1) AC=$\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ であるから，△ABC の外接円の半径は $\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ であり

$$\sin\angle\text{BAC}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}+\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ の解答の順序は問わない。

(2) 辺 AC 上に点 D を，△ABD の面積が $\frac{\sqrt{2}}{6}$ になるようにとるとき

$$\text{AB}\cdot\text{AD}=\frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}-\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

であるから，AD=$\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

〔2〕 スキージャンプは，飛距離および空中姿勢の美しさを競う競技である。選手は斜面を滑り降り，斜面の端から空中に飛び出す。飛距離は D(単位は m) から得点 X が決まり，空中姿勢から得点 Y が決まる。ある大会における 58 回のジャンプについて考える。

(1) 得点 X，得点 Y および飛び出すときの速度 V(単位は km/h) について，図 1 の 3 つの散布図を得た。

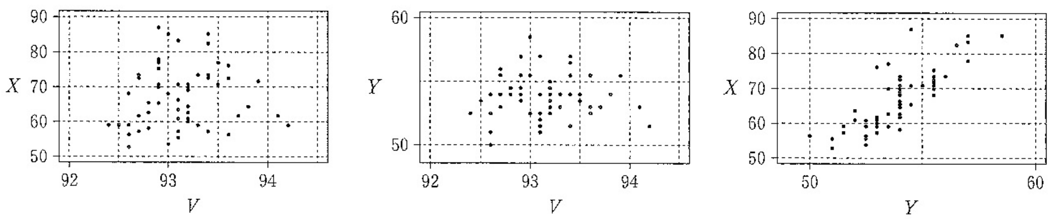

図 1 (出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

次の $\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑥ のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図 1 から読み取れることとして正しいものは，$\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$ である。

⓪ X と V の間の相関は，X と Y の間の相関より強い。
① X と Y の間には正の相関がある。
② V が最大のジャンプは，X も最大である。
③ V が最大のジャンプは，Y も最大である。
④ Y が最小のジャンプは，X は最小ではない。
⑤ X が 80 以上のジャンプは，すべて V が 93 以上である。
⑥ Y が 55 以上かつ V が 94 以上のジャンプはない。

(2) 得点 X は，飛距離 D から次の計算式によって算出される。

$$X=1.80\times(D-125.0)+60.0$$

次の $\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$，$\boxed{\text{チ}}$ にそれぞれ当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑥ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

- X の分散は，D の分散の $\boxed{\text{ソ}}$ 倍になる。
- X と Y の共分散は，D と Y の共分散の $\boxed{\text{タ}}$ 倍である。ただし，共分散は，2 つの変量のそれぞれにおいて平均値からの偏差を求め，偏差の積の平均値として定義される。

- X と Y の相関係数は，D と Y の相関係数の $\boxed{\text{チ}}$ 倍である。

⓪ -125　　① -1.80　　② 1　　③ 1.80
④ 3.24　　⑤ 3.60　　⑥ 60.0

(3)　58 回のジャンプは 29 名の選手が 2 回ずつ行ったものである。1 回目の $X+Y$(得点 X と得点 Y の和）の値に対するヒストグラムと 2 回目の $X+Y$ の値に対するヒストグラムは図 2 の A，B のうちのいずれかである。また，1 回目の $X+Y$ の値に対する箱ひげ図と 2 回目の $X+Y$ の値に対する箱ひげ図は図 3 の a，b のうちのいずれかである。ただし，1 回目の $X+Y$ の最小値は 108.0 であった。

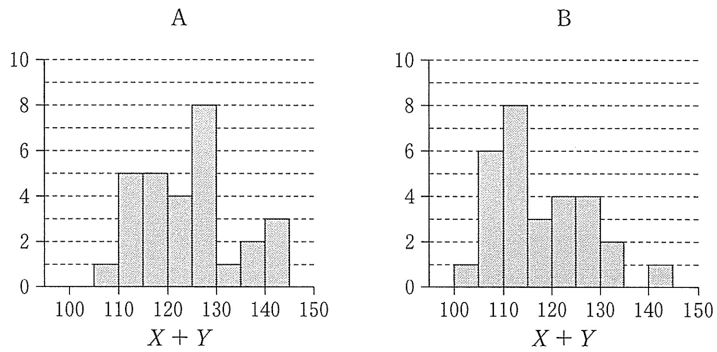

図 2　(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

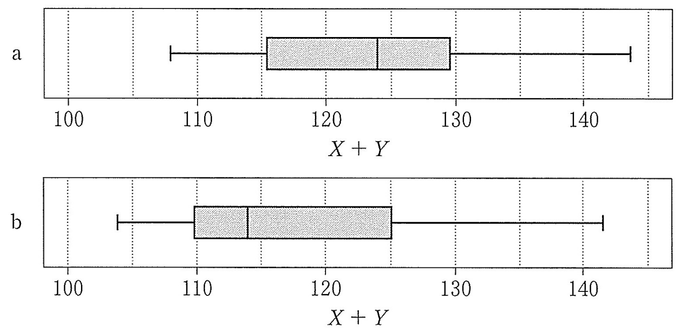

図 3　(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

次の $\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，下の表の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

1 回目の $X+Y$ の値について，ヒストグラムおよび箱ひげ図の組合せとして正しいものは，$\boxed{\text{ツ}}$ である。

	⓪	①	②	③
ヒストグラム	A	A	B	B
箱ひげ図	a	b	a	b

次の $\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

図 3 から読み取れることとして正しいものは， $\boxed{\text{テ}}$ である。

⓪ 1 回目の $X+Y$ の四分位範囲は，2 回目の $X+Y$ の四分位範囲より大きい。
① 1 回目の $X+Y$ の中央値は，2 回目の $X+Y$ の中央値より大きい。
② 1 回目の $X+Y$ の最大値は，2 回目の $X+Y$ の最大値より小さい。
③ 1 回目の $X+Y$ の最小値は，2 回目の $X+Y$ の最小値より小さい。

第 3 問　(選択問題) (配点 20)

あたりが 2 本，はずれが 2 本の合計 4 本からなるくじがある。A，B，C の 3 人がこの順に 1 本ずつくじを引く。ただし，1 度引いたくじはもとに戻さない。

(1)　A，B の少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_1 の確率は，$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2)　次の $\boxed{\text{ウ}}$ ， $\boxed{\text{エ}}$ ， $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

A，B，C の 3 人で 2 本のあたりのくじを引く事象 E は，3 つの排反な事象 $\boxed{\text{ウ}}$ ， $\boxed{\text{エ}}$ ， $\boxed{\text{オ}}$ の和事象である。

⓪ A がはずれのくじを引く事象　　① A だけがはずれのくじを引く事象
② B がはずれのくじを引く事象　　③ B だけがはずれのくじを引く事象
④ C がはずれのくじを引く事象　　⑤ C だけがはずれのくじを引く事象

また，その和事象の確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3)　事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率は，$\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(4)　次の $\boxed{\text{コ}}$ ， $\boxed{\text{サ}}$ ， $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

B，C の少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_2 は，3 つの排反な事象 $\boxed{\text{コ}}$ ， $\boxed{\text{サ}}$ ， $\boxed{\text{シ}}$ の和事象である。

⓪ A がはずれのくじを引く事象　　① A だけがはずれのくじを引く事象
② B がはずれのくじを引く事象　　③ B だけがはずれのくじを引く事象
④ C がはずれのくじを引く事象　　⑤ C だけがはずれのくじを引く事象

また，その和事象の確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。他方，A，C の少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_3 の確率は，$\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(5)　次の $\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑥ のうちから一つ選べ。

事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_1，事象 E_2 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_2，事象 E_3 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_3 の間の大小関係は， $\boxed{\text{チ}}$ である。

⓪ $p_1 < p_2 < p_3$　① $p_1 > p_2 > p_3$　② $p_1 < p_2 = p_3$　③ $p_1 > p_2 = p_3$
④ $p_1 = p_2 < p_3$　⑤ $p_1 = p_2 > p_3$　⑥ $p_1 = p_2 = p_3$

第 4 問　(選択問題) (配点 20)

(1)　百の位の数が 3，十の位の数が 7，一の位の数が a である 3桁(けた)の自然数を $37a$ と表記する。
$37a$ が 4 で割り切れるのは $a =$ [ア]，[イ] のときである。ただし，[ア]，[イ] の解答の順序は問わない。

(2)　千の位の数が 7，百の位の数が b，十の位の数が 5，一の位の数が c である 4 桁の自然数を $7b5c$ と表記する。
$7b5c$ が 4 でも 9 でも割り切れる b，c の組は，全部で [ウ] 個ある。これらのうち，$7b5c$ の値が最小になるのは，$b =$ [エ]，$c =$ [オ] のときで，$7b5c$ の値が最大になるのは $b =$ [カ]，$c =$ [キ] のときである。
また，$7b5c = (6 \times n)^2$ となる b，c と自然数 n は $b =$ [ク]，$c =$ [ケ]，$n =$ [コサ] である。

(3)　1188 の正の約数は全部で [シス] 個ある。これらのうち，2 の倍数は [セソ] 個，4 の倍数は [タ] 個ある。
1188 のすべての正の約数の積を 2 進法で表すと，末尾には 0 が連続して [チツ] 個並ぶ。

第 5 問　(選択問題) (配点 20)

△ABC において，AB=3，BC=8，AC=7 とする。

(1)　辺 AC 上に点 D を AD=3 となるようにとり，△ABD の外接円と直線 BC の交点で B と異なるものを E とする。このとき，BC·CE= [アイ] であるから，CE= $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。
直線 AB と直線 DE の交点を F とするとき，$\dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{AF}} = \dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キ}}$ であるから，AF= $\dfrac{\boxed{クケ}}{\boxed{コ}}$ である。

(2)　∠ABC= [サシ] ° である。△ABC の内接円の半径は $\dfrac{\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}$ であり，△ABC の内心を I とすると BI= $\dfrac{\boxed{タ}\sqrt{\boxed{チ}}}{\boxed{ツ}}$ である。

数学II・数学B (60 分, 100 点)

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 連立方程式 $\begin{cases} \cos 2\alpha + \cos 2\beta = \dfrac{4}{15} & \cdots\cdots ① \\ \cos\alpha\cos\beta = -\dfrac{2\sqrt{15}}{15} & \cdots\cdots ② \end{cases}$ を考える。ただし,

$0 \leqq \alpha \leqq \pi$, $0 \leqq \beta \leqq \pi$ であり,$\alpha < \beta$ かつ $|\cos\alpha| \geqq |\cos\beta|$ $\cdots\cdots$ ③ とする。
このとき,$\cos\alpha$ と $\cos\beta$ の値を求めよう。

2倍角の公式を用いると,①から $\cos^2\alpha + \cos^2\beta = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ が得られる。

また,②から, $\cos^2\alpha\cos^2\beta = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{15}$ である。

したがって,条件③を用いると $\cos^2\alpha = \dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$, $\cos^2\beta = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

よって,②と条件 $0 \leqq \alpha \leqq \pi$, $0 \leqq \beta \leqq \pi$, $\alpha < \beta$ から

$$\cos\alpha = \frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}},\ \cos\beta = \frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$ である。

〔2〕 座標平面上に点 $A\left(0, \dfrac{3}{2}\right)$ をとり,関数 $y = \log_2 x$ のグラフ上に2点 $B(p, \log_2 p)$, $C(q, \log_2 q)$ をとる。線分 AB を $1:2$ に内分する点が C であるとき,p, q の値を求めよう。

真数の条件により,$p > \boxed{\text{タ}}$, $q > \boxed{\text{タ}}$ である。ただし,対数 $\log_a b$ に対し,a を底といい,b を真数という。

線分 AB を $1:2$ に内分する点の座標は,p を用いて $\left(\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}p,\ \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\log_2 p + \boxed{\text{ナ}}\right)$

と表される。これが C の座標と一致するので

$$\begin{cases} \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}p = q & \cdots\cdots ④ \\ \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\log_2 p + \boxed{\text{ナ}} = \log_2 q & \cdots\cdots ⑤ \end{cases}$$

が成り立つ。

⑤は $p = \dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}q^{\boxed{\text{ネ}}}$ $\cdots\cdots$ ⑥ と変形できる。

④と⑥を連立させた方程式を解いて,$p > \boxed{\text{タ}}$, $q > \boxed{\text{タ}}$ に注意すると

$p = \boxed{\text{ノ}}\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$, $q = \boxed{\text{ヒ}}\sqrt{\boxed{\text{フ}}}$ である。

また,C の y 座標 $\log_2\left(\boxed{\text{ヒ}}\sqrt{\boxed{\text{フ}}}\right)$ の値を,小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めると,$\boxed{\text{ヘ}}$ である。$\boxed{\text{ヘ}}$ に当てはまるものを,次の ⓪ ~ ⓑ のうちから一つ選べ。

ただし,$\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

⓪ 0.3	① 0.6	② 0.9	③ 1.3	④ 1.6	⑤ 1.9
⑥ 2.3	⑦ 2.6	⑧ 2.9	⑨ 3.3	ⓐ 3.6	ⓑ 3.9

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

O を原点とする座標平面上の放物線 $y = x^2 + 1$ を C とし，点 $(a,\ 2a)$ を P とする。

(1) 点 P を通り，放物線 C に接する直線の方程式を求めよう。

C 上の点 $(t,\ t^2 + 1)$ における接線の方程式は $y = \boxed{\text{ア}}\,tx - t^2 + \boxed{\text{イ}}$ である。
この直線が P を通るとすると，t は方程式 $t^2 - \boxed{\text{ウ}}\,at + \boxed{\text{エ}}\,a - \boxed{\text{オ}} = 0$
を満たすから，$t = \boxed{\text{カ}}\,a - \boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ である。よって，$a \fallingdotseq \boxed{\text{ケ}}$ のとき，
P を通る C の接線は 2 本あり，それらの方程式は

$y = \left(\boxed{\text{コ}}\,a - \boxed{\text{サ}}\right)x - \boxed{\text{シ}}\,a^2 + \boxed{\text{ス}}\,a$ ……① と $y = \boxed{\text{セ}}\,x$ である。

(2) (1) の方程式①で表される直線を ℓ とする。ℓ と y 軸との交点を R$(0,\ r)$ とすると，
$r = -\boxed{\text{シ}}\,a^2 + \boxed{\text{ス}}\,a$ である。$r > 0$ となるのは，$\boxed{\text{ソ}} < a < \boxed{\text{タ}}$ のときであり，
このとき，三角形 OPR の面積 S は $S = \boxed{\text{チ}}\left(a^{\boxed{\text{ツ}}} - a^{\boxed{\text{テ}}}\right)$ となる。

$\boxed{\text{ソ}} < a < \boxed{\text{タ}}$ のとき，S の増減を調べると，S は $a = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ で最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$
をとることがわかる。

(3) $\boxed{\text{ソ}} < a < \boxed{\text{タ}}$ のとき，放物線 C と (2) の直線 ℓ および 2 直線 $x = 0$，$x = a$ で
囲まれた図形の面積を T とすると $T = \dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}a^3 - \boxed{\text{ヒ}}\,a^2 + \boxed{\text{フ}}$ である。

$\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \leqq a < \boxed{\text{タ}}$ の範囲において，T は $\boxed{\text{ヘ}}$。$\boxed{\text{ヘ}}$ に当てはまるものを，
次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

⓪ 減少する
① 極小値をとるが，極大値はとらない
② 増加する
③ 極大値をとるが，極小値はとらない
④ 一定である
⑤ 極小値と極大値の両方をとる

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

以下において考察する数列の項は，すべて実数であるとする。

(1) 等比数列 $\{s_n\}$ の初項が 1，公比が 2 であるとき

$s_1 s_2 s_3 = \boxed{\text{ア}}$，$s_1 + s_2 + s_3 = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $\{s_n\}$ を初項 x，公比 r の等比数列とする。a，b を実数 (ただし $a \neq 0$) とし，$\{s_n\}$ の最初の 3 項が

$s_1 s_2 s_3 = a^3$ ……①　　$s_1 + s_2 + s_3 = b$ ……②

を満たすとする。このとき $xr = \boxed{\text{ウ}}$ $\cdots\cdots$③ である。

さらに，②，③を用いて r，a，b の満たす関係式を求めると

$$\boxed{\text{エ}}\,r^2 + \left(\boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}}\right)r + \boxed{\text{キ}} = 0 \quad \cdots\cdots ④$$ を得る。

④を満たす実数 r が存在するので $\boxed{\text{ク}}\,a^2 + \boxed{\text{ケ}}\,ab - b^2 \leqq 0$ $\cdots\cdots$⑤ である。

逆に，a，b が⑤を満たすとき，③，④を用いて r，x の値を求めることができる。

(3)　$a = 64$，$b = 336$ のとき，(2) の条件①，②を満たし，公比が 1 より大きい等比数列 $\{s_n\}$ を考える。③，④を用いて $\{s_n\}$ の公比 r と初項 x を求めると，$r = \boxed{\text{コ}}$，$x = \boxed{\text{サシ}}$ である。

$\{s_n\}$ を用いて，数列 $\{t_n\}$ を $t_n = s_n \log_{\boxed{\text{コ}}} s_n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ と定める。このとき，

$\{t_n\}$ の一般項は $t_n = \left(n + \boxed{\text{ス}}\right) \cdot \boxed{\text{コ}}^{\,n+\boxed{\text{セ}}}$ である。$\{t_n\}$ の初項から第 n 項までの

和 U_n は，$U_n - \boxed{\text{コ}}\,U_n$ を計算することにより

$$U_n = \frac{\boxed{\text{ソ}}\,n + \boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \cdot \boxed{\text{コ}}^{\,n+\boxed{\text{ツ}}} - \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$ であることがわかる。

第 4 問　(選択問題) (配点 20)

座標平面上に点 A(2 , 0) をとり，原点 O を中心とする半径が 2 の円周上に点 B，C，D，E，F を，点 A，B，C，D，E，F が順に正六角形の頂点となるようにとる。ただし，B は第 1 象限にあるとする。

(1)　点 B の座標は $\left(\boxed{\text{ア}}, \sqrt{\boxed{\text{イ}}}\right)$，点 D の座標は $\left(-\boxed{\text{ウ}}, 0\right)$ である。

(2)　線分 BD の中点を M とし，直線 AM と直線 CD の交点を N とする。$\overrightarrow{\mathrm{ON}}$ を求めよう。
$\overrightarrow{\mathrm{ON}}$ は実数 r，s を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{ON}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + r\overrightarrow{\mathrm{AM}}$，$\overrightarrow{\mathrm{ON}} = \overrightarrow{\mathrm{OD}} + s\overrightarrow{\mathrm{DC}}$ と 2 通りに表すことができる。

ここで $\overrightarrow{\mathrm{AM}} = \left(-\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}\right)$　$\overrightarrow{\mathrm{DC}} = \left(\boxed{\text{ク}}, \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}\right)$ であるから

$r = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$，$s = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。よって $\overrightarrow{\mathrm{ON}} = \left(-\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \dfrac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}\right)$
である。

(3)　線分 BF 上に点 P をとり，その y 座標を a とする。点 P から直線 CE に引いた垂線と，点 C から直線 EP に引いた垂線との交点を H とする。

$\overrightarrow{\mathrm{EP}}$ が $\overrightarrow{\mathrm{EP}} = \left(\boxed{\text{テ}}, \boxed{\text{ト}} + \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}\right)$ と表せることにより，H の座標を a を用いて表すと $\left(\dfrac{\boxed{\text{ニ}}\,a^{\boxed{\text{ヌ}}} + \boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}, \boxed{\text{ハ}}\right)$ である。

さらに，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$と$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ のなす角を θ とする。$\cos\theta = \dfrac{12}{13}$ のとき，a の値は $a = \pm\dfrac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$ である。

第5問 (選択問題) (配点 20)

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 29 ページの正規分布表*1)を用いてもよい。

(1) 1 回の試行において，事象 A の起こる確率が p，起こらない確率が $1-p$ であるとする。この試行を n 回繰り返すとき，事象 A の起こる回数を W とする。確率変数 W の平均 (期待値)m が $\frac{1216}{27}$，標準偏差 σ が $\frac{152}{27}$ であるとき，$n = \boxed{\text{アイウ}}$，$p = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(2) (1) の反復試行において，W が 38 以上となる確率の近似値を求めよう。

いま $P(W \geqq 38) = P\left(\frac{W-m}{\sigma} \geqq -\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}\right)$ と変形できる。ここで，$Z = \frac{W-m}{\sigma}$ とおき，W の分布を正規分布で近似すると，正規分布表から確率の近似値は次のように求められる。

$$P\left(Z \geqq -\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}\right) = 0.\boxed{\text{コサ}}$$

(3) 連続型確率変数 X のとり得る値 x の範囲が $s \leqq x \leqq t$ で，確率密度関数が $f(x)$ のとき，X の平均 $E(X)$ は次の式で与えられる。$E(X) = \int_s^t xf(x)dx$

a を正の実数とする。連続型確率変数 X のとり得る値 x の範囲が $-a \leqq x \leqq 2a$ で，

確率密度関数が $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3a^2}(x+a) & (-a \leqq x \leqq 0 \text{ のとき}) \\ \frac{1}{3a^2}(2a-x) & (0 \leqq x \leqq 2a \text{ のとき}) \end{cases}$ であるとする。このとき，

$a \leqq X \leqq \frac{3}{2}a$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

また，X の平均は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。さらに，$Y = 2X + 7$ とおくと，

Y の平均は $\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}} + \boxed{\text{テ}}$ である。

*1) 原文のまま。正規分布表は本誌には未掲載。