

連載：すうトレッチ (第 6 回)

「すうトレッチ」は今回で第 6 回を迎えます。ここでは、簡単に解けそうだがちょっと頭をひねるような問題や意外性を持つような問題を出題しております。高校生でも解ける問題ですので、授業の合間に
出題してはいかがでしょうか。
それでは第 1 問です。

【問題 1】

38^5 を計算すると 8 桁の整数になり、その各桁は 1 から 9 の自然数のうち、1 つを除くすべての数が現れる。現れない数は何か。

当然 38^5 を直接計算しては面白くありませんので、数学的に解いてみましょう。この問題は様々な解き方があると思います。高校生の知識であれば二項定理を用いても解けますし、mod を使えば簡単に解くことができます。
続いて第 2 問。

【問題 2】

7 人の人がいます。その 7 人の年齢の合計は 332 歳です。この中から年齢の合計が 142 歳を越えない 3 人グループが作れることを示しなさい。

この問題は年齢の合計が 142 歳を越えない 3 人グループを作ることができないと仮定して、あらゆる 3 人グループの年齢の合計の総和に関する不等式を作れば、おのずと矛盾が導き出せます。
続いて第 3 問。

【問題 3】

$a + b + c = 2$ のとき、 $ab + bc + ca$ のとりうる値の範囲を求めよ。

大学の入試問題に出てきそうな問題ですね。条件式を用いて、2 変数の最大最小の問題として解いても構いませんが、式の形から 3 次方程式の解と係数の関係を用いて解くのも面白そうですね。
最後は、ひらめきが必要な図形問題です。

【問題 4】

ある図形が 2 つあれば、半径 1 の円を覆うことができるが、その図形 1 つでは、半径 1 の半円を覆うことができません。それはどんな図形でしょうか。

それでは解答です。

| | | | | |
|---------------|--------|----------------|----------|--------|
| $\frac{1}{8}$ | \geq | $aa + ad + da$ | ≥ 0 | 【E 問題】 |
| | | | | 【A 問題】 |

【編集委員会】