

角度の感覚

磯辺高等学校 氏家 悟

1 はじめに

自分は日ごろ、数を感覚的に捉えさせたいと考えている。角度については、大人でさえも、実際よりかなり大きめな数の感覚を持っていて、ちょっとした坂道を「30度くらいの坂」と答える人は多い。おそらく、10cm程度の30度の三角定規で、10cm程度の高さに登れば30度という感覚なのかもしれない。自分はスキーをやらないが、この話題をスキー経験者にすると、傾斜の感覚のずれの話で盛り上がる。

4年前の柏陵高校と昨年本校で、1年生の三角比の授業の中で、実際に生徒に角度を測らせる授業を行ったので報告する。

2 角度の感覚

まず、本校は埋め立て地で周辺にめぼしい坂がないため、事前に撮影し角度を予想させた。^{*1}

昇降口の車いすスロープ 階段 稲毛ヨットハーバー入口
美浜大橋 検見川陸橋 幕張本郷駅北

それぞれについて、正面からの写真を見ながら、「高さ、長さ、角度、昇降口スロープより急かどうか」を予想させた。

検見川陸橋



長さ(奥行) _____ m.

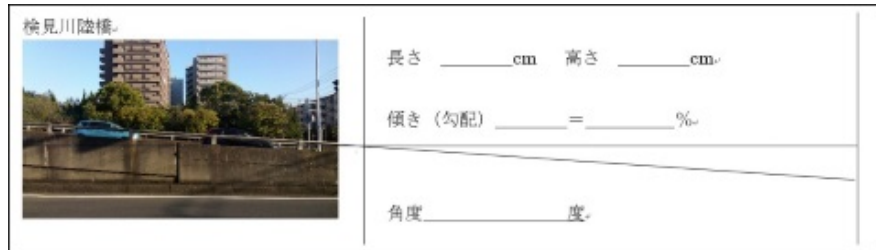
高さ _____ m.

角度 _____ 度.

昇降口のスロープと比べて角度は _____

^{*1}前任校の柏陵高校では、写真を撮ることなく、学校の階段や、生徒が毎朝目にする校門前の坂道などの角度を予想させ、直接角度を測らせた。

次の時間、これらの坂について、次のようなプリントを配布し、定規で測った長さから、傾き(正接)を計算させ、分度器で角度を測らせた。



画像は坂を真横から撮ったもので、そこから水平線と傾斜の延長線を描き、傾きが計算できるようになっている。

定規で測った傾きと、そこから計算した角度、そして生徒の回答の分布(人数)は次の通り。

	昇降口	階段	ヨット	美浜大橋	検見川陸橋	幕張本郷駅
傾き	0.1	0.62	0.04	0.03	0.07	0.06
角度	6°	32°	2.3°	1.7°	4°	3.4°
～5°	1	0	6	1	0	2
～10°	7	2	20	7	2	10
～15°	19	0	6	1	1	4
～20°	19	1	17	5	2	17
～25°	7	0	2	7	4	6
～30°	12	2	9	14	7	16
～35°	2	3	2	5	7	2
～40°	2	11	4	8	16	6
～45°	1	27	1	7	8	0
～50°	1	5	3	6	11	7
～55°	0	1	0	1	4	0
～60°	1	7	1	6	7	2
～65°	0	0	0	1	0	0
～70°	0	4	0	1	0	0
～75°	0	3	0	0	0	0
～80°	0	1	0	1	2	0
～85°	0	1	0	0	0	0
～90°	0	4	0	0	1	0
～95°	0	0	0	0	0	0
～100°	0	1	0	0	0	0

とまあ、予想通りの結果で、検見川陸橋は40度(35度を超え40度以下)が一番多い。階段に至っては、「100度」と答えた生徒もいて、この生徒は昇降口スロープを20度と答えており、それくらいにしないとつじつまが合わないと思ったのかもしれない。さらに、階段の傾斜90度が4人もいた。(この4人の昇降口スロープは15～40度)

また、昇降口より検見川陸橋の方が急だと答えた生徒が72人中66人、階段より検見川陸橋のほうが急だと答えた生徒も72人中21人おり、おそらく「高いものほど角度が大きい」という認識なのだろう。

もちろん、この一覧表は生徒にも配布し、感覚のずれについて、話題にした。^{*2}

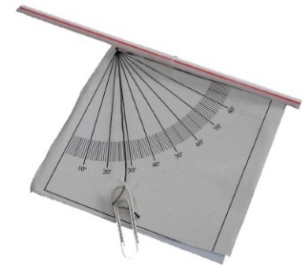
学校の階段の傾き0.62はかなりきつい方といえる。駅の階段は0.5程度であった。車いすス

^{*2}前任校の柏陵高校では、校門前の坂を30度と予想する生徒が多かったが、実際は5度もなかった。

ロープの傾きは基準^{*3}があるようである。検見川陸橋の傾き $0.07 = 7\%$ は、一般道ではよく見かける勾配である。

3 カクシリキ

角度を測る教材「カクシリキ」(角知り器)なるものがインターネットでダウンロードできる。ダウンロードしたPDFの角度目盛を、フロッピーディスクのケースに、ストローなどと切り貼りして作るものである。今時、フロッピーディスクなどないので、厚紙で代用し、生徒に作らせた。



重りにゼムクリップを配ったが、なかなか安定しない。5円玉、50円玉を持っている生徒はそちらを使わせる方が良い。

階段などの角度は、ストロー部分を傾斜に当てて、ぶら下がった糸で角度がわかる。離れたものまでの仰角は、ストローから覗いて測定する。

4 校舎の高さ

体育科から巻き尺を拝借して、地面に長さを取り、仰角を測らせた。

真下まで巻尺を伸ばせなくても、高さがわかる。
予想 m ぐらい。

次の値を測定しよう。

点D	近い点Aでの仰角 α	点G	近い点Fでの仰角 β
<input type="text"/> m	<input type="text"/> 度	<input type="text"/> m	<input type="text"/> 度

巻末の表で、調べよ。

α	β	$\beta - \alpha$
$\sin \alpha$	$\sin \beta$	$\sin(\beta - \alpha)$

このとき、DG間の距離 $l =$ とすると、
 $BC = \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)} l$
 となる、数値を当てはめて計算せよ。



柏陵高校では授業を変更して2時間連続にし、校舎の真下から巻き尺を伸ばせる場所と、学校の敷地内から、敷地の外を送電線鉄塔の高さの2か所を測らせた。校舎の真下から巻き尺を伸ばした時は、「45°に見える場所」に立って、計算を節約する生徒もいた。

^{*3}バリアフリー法(国土交通省)で屋外 1/15 以下、屋内 1/12 以下

磯辺高校では敷地外に見上げるような高い建造物がない上、カクシリキの製作から測定、計算まで1時間で行うために、校舎の高さのみにした。ただし、中庭で校舎の高さを測れば、建物の前に植え込みがあるため、真下から巻き尺を伸ばせない状態にでき、任意の2点の仰角 α 、 β と、2点間の距離 l から高さを計算することになる。

\tan を習うと、すぐに高さを測る例題がある。この場合は、「真下からの距離」が必要となるが、真下から測らなくても、任意の2点間の距離と仰角から、高さが測定できることを実体験させたかった。^{*4}

高さを計算する式 $\frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)} l$ と $\frac{\tan \alpha \tan \beta}{\tan \beta - \tan \alpha} l$ は、初めからプリントに示し、数値を計算させた。^{*5}

最後に目の高さを、自分の身長より10cm低くとして足して、校舎の高さとして答えさせた。表の「答」は生徒が自分で計算した結果で、「再計算」は全員の測定データを、エクセルで再計算したものである。

正解は5階建てなので20m程度^{*6}と思われるが、そのように答えた生徒は6名ほどであった。「再計算」の分布を見ると、多くの生徒が測定はそこそこできていることがわかる。実際、再計算して $20 \pm 1\text{m}$ だった生徒は12名であった。正確に測定させるのもそうだが、その測定結果をもとに、間違いなく計算させるのも難しい。

全員に電卓を配布したが、測定結果から正しく計算できた者（「再計算」との誤差1未満）は71人中34人しかいなかった。それ以上に、解答にたどり着かなかった者5名、提出しなかった者も9名であった。正確に計算できていれば、「答」と「再計算」の相関係数は1に近いはずだが、ほぼ0で、これは、「答160, 再計算6.5」と「答5.9, 再計算172」という思い切り外れた生徒がいたためであった。この2名を除くと相関係数はそれでも0.68しかなく、生徒にとっては計算も難しく、もっと丁寧に指導すべきと感じた。^{*7}

また、今回取った生のデータは、3学期の統計の授業に流用できるのは、よいと思った。

この教材を、松戸南高校の浅間先生に知らせたところ、「カクシリキを長ホウキ（の柄）に固定すれば、目の高さも一定だし、何より揺れないから測りやすい。」とのことであった。



高さ	答	再計算
~5	5	0
~10	11	8
~15	6	5
~20	15	25
~25	16	21
~30	4	7
~35	1	2
~40	3	1
~45	1	0
~50	1	0
~55	1	0
~60	1	1
無解答	5	-
はずれ値	1	1
合計	71	71
平均	19.0	19.6
標準偏差	11.8	8.0

^{*4}もちろん、教科書にもそのような練習問題はあるが。

^{*5}プリントの最後に、それらの式を導く演習問題をつけた。

^{*6}本当は設計図面などで正確な値を知りたいところである。

^{*7}柏陵高校でも40m程度の鉄塔の高さが数mや190mという者がいた。