平成28年度 センター試験 (本試　平成28年1月17日実施)

数学I・数学A　(60分, 100点)

第1問 (必答問題)(配点 30)

〔1〕　a を実数とする。x の関数 $f(x)=(1+2a)(1-x)+(2-a)x$ 　を考える。

$f(x)=(-\boxed{\text{ア}}\,a+\boxed{\text{イ}}\,)x+2a+1$ 　である。

(1) $0 \leqq x \leqq 1$ 　における $f(x)$ の最小値は,

$a \leqq \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}}$ のとき，$\boxed{\text{ウ}}\,a+\boxed{\text{エ}}$ 　であり,

$a > \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}}$ のとき，$\boxed{\text{オ}}\,a+\boxed{\text{カ}}$ 　である。

(2) $0 \leqq x \leqq 1$ において，常に $f(x) \geqq \dfrac{2(a+2)}{3}$ となる a の値の範囲は,

$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \leqq a \leqq \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

〔2〕　次の問いに答えよ。必要ならば，$\sqrt{7}$ が無理数であることを用いてよい。

(1) A を有理数全体の集合，B を無理数全体の集合とする。空集合を $\varnothing$ と表す。

次の (i)〜(iv) が真の命題になるように，$\boxed{\text{サ}}$ 〜 $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，

下の ⓪ 〜 ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

(i) $A\,\boxed{\text{サ}}\,\{0\}$ 　　　(ii) $\sqrt{28}\,\boxed{\text{シ}}\,B$

(iii) $A=\{0\}\,\boxed{\text{ス}}\,A$ 　　　(iv) $\varnothing = A\,\boxed{\text{セ}}\,B$

⓪ $\in$ 　① $\ni$ 　② $\subset$ 　③ $\supset$ 　④ $\cap$ 　⑤ $\cup$

(2) 実数 x に対する条件 p, q, r を次のように定める。

$p: x$ は無理数 　　$q: x+\sqrt{28}$は有理数 　　$r: \sqrt{28}x$ は有理数

次の $\boxed{\text{ソ}}$, $\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ 〜 ③ のうちから一つずつ選べ。

ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

p は q であるための $\boxed{\text{ソ}}$ 。 　　p は r であるための $\boxed{\text{タ}}$ 。

⓪ 必要十分条件である 　① 必要条件であるが，十分条件でない

② 十分条件であるが，必要条件でない 　③ 必要条件でも十分条件でもない

〔3〕 a を1以上の定数とし，x についての連立不等式

$$\begin{cases} x^2+(20-a^2)x-20a^2 \leqq 0 & \cdots\cdots\cdots ① \\ x^2+4ax \geqq 0 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

を考える。このとき，不等式 ① の解は $\boxed{\text{チツテ}} \leqq x \leqq a^2$ である。また，不等式 ② の解は $x \leqq \boxed{\text{トナ}}\,a$, $\boxed{\text{ニ}} \leqq x$ である。

この連立不等式を満たす負の実数が存在するような a の値の範囲は $1 \leqq a \leqq \boxed{\text{ヌ}}$ 　である。

第２問　(必答問題)(配点 30)

〔1〕　△ABC の辺の長さと角の大きさを測ったところ，$AB=7\sqrt{3}$ および $\angle ACB=60^\circ$ であった。したがって，△ABC の外接円 O の半径は $\boxed{\text{ア}}$ である。

外接円 O の，点 C を含む弧 AB 上で点 P を動かす。

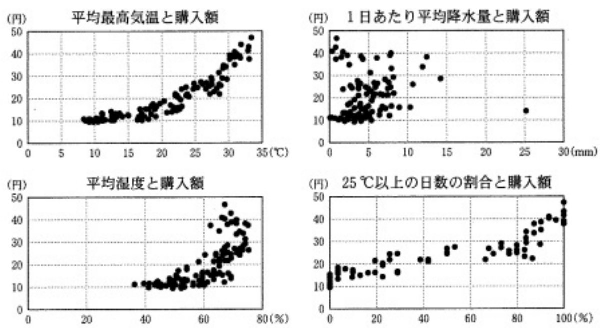
(1) $2PA=3PB$ となるのは $PA=\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}$ のときである。

(2) △PAB の面積が最大となるのは $PA=\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ のときである。

(3) $\sin\angle PBA$ の値が最大となるのは $PA=\boxed{\text{キク}}$ のときであり，このとき △PAB の面積は

$\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

〔2〕　次の 4 つの散布図は，2003 年から 2012 年までの 120 か月の東京の月別データをまとめたものである。それぞれ，1 日の最高気温の月平均 (以下，平均最高気温)，1 日あたり平均降水量，平均湿度，最高気温 25 ℃以上の日数の割合を横軸にとり，各世帯の 1 日あたりアイスクリーム平均購入額 (以下，購入額) を縦軸としてある。



出典：総務省統計局 (2013)『家計調査年報』,『過去の気象データ』(気象庁 Web ページ) などにより作成

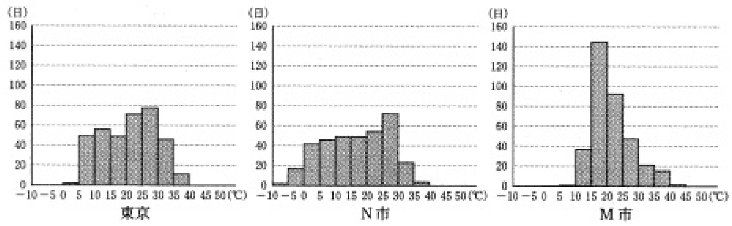
次の $\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ④ のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

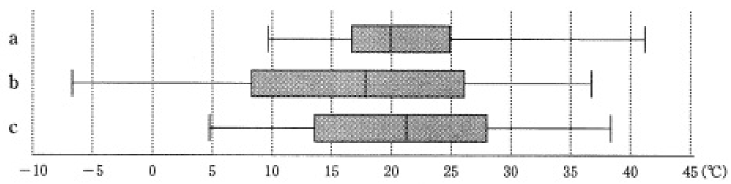
これらの散布図から読み取れることとして正しいものは，$\boxed{\text{ス}}$ と $\boxed{\text{セ}}$ である。

⓪ 平均最高気温が高くなるほど購入額は増加する傾向がある。
① 1 日あたり平均降水量が多くなるほど購入額は増加する傾向がある。
② 平均湿度が高くなるほど購入額の散らばりは小さくなる傾向がある。
③ 25 ℃以上の日数の割合が 80 %未満の月は，購入額が 30 円を超えていない。
④ この中で正の相関があるのは，平均湿度と購入額の間のみである。

〔3〕　世界 4 都市 (東京，O 市，N 市，M 市) の 2013 年の 365 日の各日の最高気温のデータについて考える。

(1) 次のヒストグラムは，東京，N 市，M 市のデータをまとめたもので，この 3 都市の箱ひげ図は下の a,b,c のいずれかである。





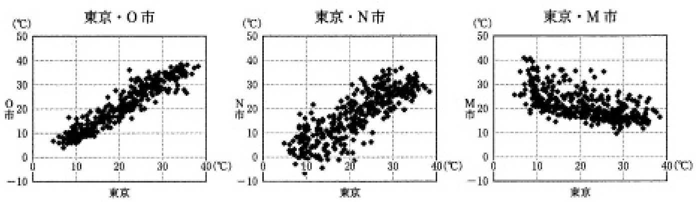
出典 :『過去の気象データ』(気象庁 Web ページ) などにより作成

次の ソ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

都市名と箱ひげ図の組合せとして正しいものは， ソ である。

⓪ 東京－ a，N 市－ b，M 市－ c
① 東京－ a，N 市－ c，M 市－ b
② 東京－ b，N 市－ a，M 市－ c
③ 東京－ b，N 市－ c，M 市－ a
④ 東京－ c，N 市－ a，M 市－ b
⑤ 東京－ c，N 市－ b，M 市－ a

(2) 次の 3 つの散布図は，東京，O 市，N 市，M 市の 2013 年の 365 日の各日の最高気温のデータをまとめたものである。それぞれ，O 市，N 市，M 市の最高気温を縦軸にとり，東京の最高気温を横軸にとってある。



出典 :『過去の気象データ』(気象庁 Web ページ) などにより作成

次の タ ， チ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ④ のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

これらの散布図から読み取れることとして正しいものは， タ と チ である。

⓪ 東京と N 市，東京と M 市の最高気温の間にはそれぞれ正の相関がある。
① 東京と N 市の最高気温の間には正の相関，東京と M 市の最高気温の間には負の相関がある。
② 東京と N 市の最高気温の間には負の相関，東京と M 市の最高気温の間には正の相関がある。
③ 東京と O 市の最高気温の間の相関の方が，東京と N 市の最高気温の間の相関より強い。
④ 東京と O 市の最高気温の間の相関の方が，東京と N 市の最高気温の間の相関より弱い。

(3) 次の ツ ， テ ， ト に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

N 市では温度の単位として摂氏 (℃) のほかに華氏 (°F) も使われている。華氏 (°F) での温度は，摂氏 (℃) での温度を $\frac{9}{5}$ 倍し，32 を加えると得られる。例えば，摂氏 10 ℃は，$\frac{9}{5}$ 倍し 32 を加えることで華氏 50°F となる。

したがって，N 市の最高気温について，摂氏での分散を X，華氏での分散を Y とすると，$\frac{Y}{X}$ は $\boxed{\text{ツ}}$ になる。

東京 (摂氏) と N 市 (摂氏) の共分散を Z，東京 (摂氏) と N 市 (華氏) の共分散を W とすると，$\frac{W}{Z}$ は $\boxed{\text{テ}}$ になる (ただし，共分散は 2 つの変量のそれぞれの偏差の積の平均値)。

東京 (摂氏) と N 市 (摂氏) の相関係数を U，東京 (摂氏) と N 市 (華氏) の相関係数を V とすると，$\frac{V}{U}$ は $\boxed{\text{ト}}$ になる。

⓪ $-\frac{81}{25}$　① $-\frac{9}{5}$　② -1　③ $-\frac{5}{9}$　④ $-\frac{25}{81}$

⑤ $\frac{25}{81}$　⑥ $\frac{5}{9}$　⑦ 1　⑧ $\frac{9}{5}$　⑨ $\frac{81}{25}$

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

赤球 4 個，青球 3 個，白球 5 個，合計 12 個の球がある。これら 12 個の球を袋の中に入れ，この袋から A さんがまず 1 個取り出し，その球をもとに戻さずに続いて B さんが 1 個取り出す。

(1) A さんと B さんが取り出した 2 個の球のなかに，赤球か青球が少なくとも 1 個含まれている確率は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

(2) A さんが赤球を取り出し，かつ B さんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。これより，A さんが取り出した球が赤球であったとき，B さんが取り出した球が白球である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(3) A さんは 1 球取り出したのち，その色を見ずにポケットの中にしまった。B さんが取り出した球が白球であることがわかったとき，A さんが取り出した球も白球であった条件付き確率を求めたい。

A さんが赤球を取り出し，かつ B さんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ であり，A さんが青球を取り出し，かつ B さんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。同様に，A さんが白球を取り出し，かつ B さんが白球を取り出す確率を求めることができ，これらの事象は互いに排反であるから，B さんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

よって，求める条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

(1) 不定方程式 $92x+197y=1$ をみたす整数 x, y の組の中で，x の絶対値が最小のものは $x=\boxed{\text{アイ}}$, $y=\boxed{\text{ウエ}}$ である。不定方程式 $92x+197y=10$ をみたす整数 x, y の組の中で，x の絶対値が最小のものは $x=\boxed{\text{オカキ}}$, $y=\boxed{\text{クケ}}$ である。

(2) 2 進法で $11011_{(2)}$ と表される数を 4 進法で表すと $\boxed{\text{コサシ}}_{(4)}$ である。

次の ⓪ ～ ⑤ の 6 進法の小数のうち,10 進法で表すと有限小数として表せるのは,

$\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$, $\boxed{\text{ソ}}$ である。ただし, 解答の順序は問わない。

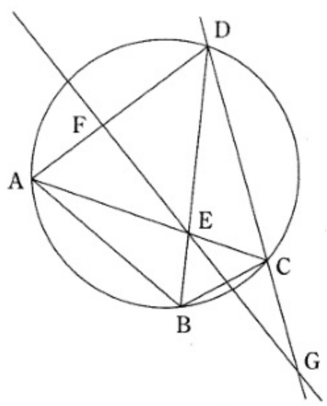
⓪ $0.3_{(6)}$　　① $0.4_{(6)}$

② $0.33_{(6)}$　　③ $0.43_{(6)}$

④ $0.033_{(6)}$　　⑤ $0.043_{(6)}$

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

四角形 ABCD において，AB=4，BC=2，DA=DC であり，4 つの頂点 A，B，C，D は同一円周上にある。対角線 AC と対角線 BD の交点を E，線分 AD を 2 : 3 の比に内分する点を F，直線 FE と直線 DC の交点を G とする。



参考図

次の $\boxed{\text{ア}}$ には，下の ⓪ ～ ④ のうちから当てはまるものを一つ選べ。

∠ABC の大きさが変化するとき四角形 ABCD の外接円の大きさも変化することに注意すると，∠ABC の大きさがいくらであっても，∠DAC と大きさが等しい角は，∠DCA と ∠DBC と $\boxed{\text{ア}}$ である。

⓪ ∠ABD　① ∠ACB　② ∠ADB　③ ∠BCG　④ ∠BEG

このことより $\dfrac{\text{EC}}{\text{AE}} = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。次に，△ACD と直線 FE に着目すると，$\dfrac{\text{GC}}{\text{DG}} = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(1) 直線 AB が点 G を通る場合について考える。

このとき，△AGD の辺 AG 上に点 B があるので，BG= $\boxed{\text{カ}}$ である。また，直線 AB と直線 DC が点 G で交わり，4 点 A，B，C，D は同一円周上にあるので，DC= $\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(2) 四角形 ABCD の外接円の直径が最小となる場合について考える。

このとき，四角形 ABCD の外接円の直径は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，∠BAC= $\boxed{\text{コサ}}$ ° である。また，直線 FE と直線 AB の交点を H とするとき，$\dfrac{\text{GC}}{\text{DG}} = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ の関係に着目して AH を求めると，

AH= $\boxed{\text{シ}}$ である。

数学II・数学B (60分, 100点)

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕

(1) $8^{\frac{5}{6}} = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$, $\log_{27}\dfrac{1}{9} = \dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) $y = 2^x$ のグラフと $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ のグラフは $\boxed{\text{カ}}$ である。

$y = 2^x$ のグラフと $y = \log_2 x$ のグラフは $\boxed{\text{キ}}$ である。

$y = \log_2 x$ のグラフと $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ のグラフは $\boxed{\text{ク}}$ である。

$y = \log_2 x$ のグラフと $y = \log_2 \dfrac{1}{x}$ のグラフは $\boxed{\text{ケ}}$ である。

$\boxed{\text{カ}}$ ～ $\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ 同一のもの　　① x 軸に関して対称

② y 軸に関して対称　　③ 直線 $y = x$ に関して対称

(3) $x > 0$ の範囲における関数 $y = \left(\log_2 \dfrac{x}{4}\right)^2 - 4\log_4 x + 3$ の最小値を求めよう。

$t = \log_2 x$ とおく。このとき，$y = t^2 - \boxed{\text{コ}}\, t + \boxed{\text{サ}}$ である。

また，x が $x > 0$ の範囲を動くとき，t のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{シ}}$ である。

$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪ $t > 0$　　① $t > 1$　　② $t > 0$ かつ $t \neq 1$　　③ 実数全体

したがって，y は $t = \boxed{\text{ス}}$ のとき，すなわち $x = \boxed{\text{セ}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{ソタ}}$ をとる。

〔2〕 k を正の定数として

$$\cos^2 x - \sin^2 x + k\left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を満たす x について考える。

(1) $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で① を満たす x の個数について考えよう。

① の両辺に $\sin^2 x \cos^2 x$ をかけ，2 倍角の公式を用いて変形すると

$$\left(\frac{\sin^2 2x}{\boxed{\text{チ}}} - k\right)\cos 2x = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を得る。したがって，k の値に関係なく，$x = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{ツ}}}$ のときはつねに① が成り立つ。また，$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で $0 < \sin^2 2x \leqq 1$ であるから，$k > \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のとき，① を満たす x は $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ツ}}}$ のみである。一方，$0 < k < \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のとき，① を満たす x の個数は $\boxed{\text{ナ}}$ 個であり，$k = \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のときは $\boxed{\text{ニ}}$ 個である。

(2) $k=\dfrac{4}{25}$ とし，$\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で① を満たす x について考えよう。

② により $\sin 2x=\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ であるから， $\cos 2x=\dfrac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

したがって $\cos x=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{フ}}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

座標平面上で，放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}$ を C_1 とし，放物線 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ を C_2 とする。

(1) 実数 a に対して，2 直線 $x=a$, $x=a+1$ と C_1, C_2 で囲まれた図形 D の面積 S は

$$S=\int_a^{a+1}\left(\frac{1}{\boxed{\text{ア}}}x^2+\frac{1}{\boxed{\text{イ}}}\right)dx=\frac{a^2}{\boxed{\text{ウ}}}+\frac{a}{\boxed{\text{エ}}}+\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$$

である。S は $a=\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ をとる。

(2) 4 点 $(a, 0)$, $(a+1, 0)$, $(a+1, 1)$, $(a, 1)$ を頂点とする正方形を R で表す。a が $a\geqq 0$ の範囲を動くとき，正方形 R と (1) の図形 D の共通部分の面積を T とおく。T が最大となる a の値を求めよう。

直線 $y=1$ は，C_1 と $(\pm\boxed{\text{ソ}}, 1)$ で，C_2 と $(\pm\boxed{\text{タ}}, 1)$ で交わる。したがって，正方形 R と図形 D の共通部分が空集合にならないのは，$0\leqq a\leqq\boxed{\text{チ}}$ のときである。

$\boxed{\text{ソ}}\leqq a\leqq\boxed{\text{チ}}$ のとき，正方形 R は放物線 C_1 と x 軸の間にあり，この範囲で a が増加するとき，T は $\boxed{\text{ツ}}$。$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ② のうちから一つ選べ。

⓪ 増加する　　① 減少する　　② 変化しない

したがって，T が最大になる a の値は，$0\leqq a\leqq\boxed{\text{ソ}}$ の範囲にある。

$0\leqq a\leqq\boxed{\text{ソ}}$ のとき，(1) の図形 D のうち，正方形 R の外側にある部分の面積 U は

$U=\dfrac{a^3}{\boxed{\text{テ}}}+\dfrac{a^2}{\boxed{\text{ト}}}$ である。よって，$0\leqq a\leqq\boxed{\text{ソ}}$ において

$$T=-\frac{a^3}{\boxed{\text{ナ}}}-\frac{a^2}{\boxed{\text{ニ}}}+\frac{a}{\boxed{\text{ヌ}}}+\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}\quad\cdots\cdots\cdots ①$$

である。① の右辺の増減を調べることにより，T は $a=\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}+\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ で最大値をとることがわかる。

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

真分数を分母の小さい順に，分母が同じ場合には分子の小さい順に並べてできる数列

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{4},\ \frac{1}{5},\ \cdots$$

を $\{a_n\}$ とする。真分数とは，分子と分母がともに自然数で，分子が分母より小さい分数のことであり，上の数列では，約分できる形の分数も含めて並べている。以下の問題に分数形で解答する場合は，**解答上の注意** にあるように，それ以上約分できない形で答えよ。

(1) $a_{15} = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。また，分母に初めて 8 が現れる項は，$a_{\boxed{ウエ}}$ である。

(2) k を 1 以上の自然数とする。数列 $\{a_n\}$ において，$\dfrac{1}{k}$ が初めて現れる項を第 M_k 項とし，$\dfrac{k-1}{k}$ が初めて現れる項を第 N_k 項とすると

$$M_K = \frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}k^2 - \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}k + \boxed{ケ}$$

$$N_K = \frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}k^2 - \frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}k$$

である。よって，$a_{104} = \dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タチ}}$ である。

(3) k を 1 以上の自然数とする。数列 $\{a_n\}$ の第 M_k 項から第 N_k 項までの和は，$\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}k - \dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}$ である。したがって，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 N_k 項までの和は $\dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}k^2 - \dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}k$ である。

よって $\displaystyle\sum_{n=1}^{103} a_k = \dfrac{\boxed{ハヒフ}}{\boxed{ヘホ}}$ である。

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

四面体 OABC において，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right| = 3$, $\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right| = 2$, ∠AOB=∠BOC =∠COA =60 ° であるとする。また，辺 OA 上に点 P をとり，辺 BC 上に点 Q をとる。以下，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおく。

(1) $0 \leqq s \leqq 1$, $0 \leqq t \leqq 1$ であるような実数 s, t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\,\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = (1-t)\,\vec{b} + t\,\vec{c}$ と表す。
$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \boxed{ア}$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = \boxed{イ}$ であることから

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right|^2 = (\boxed{ウ}\,s - \boxed{エ})^2 + (\boxed{オ}\,t - \boxed{カ})^2 + \boxed{キ}$$

となる。したがって，$\left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right|$ が最小となるのは $s = \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$, $t = \dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ のときであり，

このとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right| = \sqrt{\boxed{シ}}$ となる。

(2) 三角形 ABC の重心を G とする。$\left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right| = \sqrt{\boxed{シ}}$ のとき，三角形 GPQ の面積を求めよう。
$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PQ}} = \boxed{ス}$ から，∠APQ=$\boxed{セソ}$ ° である。したがって，三角形 APQ の面積は $\sqrt{\boxed{タ}}$ である。また $\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ であり，点 G は線分 AQ を

$\boxed{ナ}$: 1 に内分する点である。以上のことから，三角形 GPQ の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{ニ}}}{\boxed{ヌ}}$ である。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

n を自然数とする。原点 O から出発して数直線上を n 回移動する点 A を考える。点 A は，1 回ごとに，確率 p で正の向きに 3 だけ移動し，確率 $1-p$ で負の向きに 1 だけ移動する。ここで，$0<p<1$ である。n 回移動した後の点 A の座標を X とし，n 回の移動のうち正の向きの移動の回数を Y とする。

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 29 ページの正規分布表 [*1] を用いてもよい。

(1) $p=\dfrac{1}{3}$, $n=2$ のとき，確率変数 X のとり得る値は，小さい順に $-\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$ であり，これらの値をとる確率は，それぞれ $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$, $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{オ}}}$, $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) n 回移動したとき，X と Y の間に $X=\boxed{\text{ク}}\,n+\boxed{\text{ケ}}\,Y$ の関係が成り立つ。

確率変数 Y の平均 (期待値) は $\boxed{\text{コ}}$ ，分散は $\boxed{\text{サ}}$ なので，X の平均は $\boxed{\text{シ}}$ ，分散は $\boxed{\text{ス}}$ である。$\boxed{\text{コ}}$ ～ $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⓑ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ np	① $np(1-p)$	② $\dfrac{p(1-p)}{n}$
③ $2np$	④ $2np(1-p)$	⑤ $p(1-p)$
⑥ $4np$	⑦ $4np(1-p)$	⑧ $16np(1-p)$
⑨ $4np-n$	ⓐ $4np(1-p)-n$	ⓑ $16np(1-p)-n$

(3) $p=\dfrac{1}{4}$ のとき，1200 回移動した後の点 A の座標 X が 120 以上になる確率の近似値を求めよう。

(2) により，Y の平均は $\boxed{\text{セソタ}}$ ，標準偏差は $\boxed{\text{チツ}}$ であり，求める確率は次のようになる。

$$P(X \geqq 120)=P\left(\frac{Y-\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}} \geqq \boxed{\text{テ}}.\boxed{\text{トナ}}\right)$$

いま，標準正規分布に従う確率変数を Z とすると，$n=1200$ は十分に大きいので，求める確率の近似値は正規分布表から次のように求められる。

$$P(Z \geqq \boxed{\text{テ}}.\boxed{\text{トナ}})=0.\boxed{\text{ニヌネ}}$$

(4) p の値が分からないとする。2400 回移動した後の点 A の座標が $X=1440$ のとき，p に対する信頼度 95 %の信頼区間を求めよう。

n 回移動したときに Y がとる値を y とし，$r=\dfrac{y}{n}$ とおくと，n が十分に大きいならば，確率変数 $R=\dfrac{Y}{n}$ は近似的に平均 p，分散 $\dfrac{p(1-p)}{n}$ の正規分布に従う。

$n=2400$ は十分に大きいので，このことを利用し，分散を $\dfrac{r(1-r)}{n}$ で置き換えることにより，求める信頼区間は $0.\boxed{\text{ノハヒ}} \leqq p \leqq 0.\boxed{\text{フヘホ}}$ となる。

[*1] 原文のまま。正規分布表は本誌には未掲載。