

連載：すうトレッチ (第5回)

「すうトレッチ」は今回で5回目です。ややネタ切れになっているところもありますので、たくさんの方々からの投稿をお待ちしております。

それでは第1問。

【問題 1】

自然数 n において、 $\frac{n}{2}$ が平方数、 $\frac{n}{3}$ が立方数、 $\frac{n}{5}$ が5乗数になるような最小の n を求めよ。

n は素因数分解された形で考えると良いでしょう。「最小の自然数 n を求めよ。」と言っているので、問題から7以上の素因数を考える必要はありません。

それでは第2問です。

【問題 2】

任意の四角形について、各辺を直径とする4つの円は、その四角形を覆うことを示しなさい。

この問題は4つの円で覆うことができない部分があると仮定し、矛盾を導き出す方法が良いでしょう。そのような部分の1つの点 P をとり、四角形 $ABCD$ の各頂点と点 P を結んでみてください。すると、例えば $\angle APB$ の角度の範囲はどうでしょうか。

続いて第3問。

【問題 3】

$x^6 + x^3 + 1$ を実数係数の範囲で因数分解せよ。

この問題は $x^9 - 1$ の因数分解に $x^6 + x^3 + 1$ が

因数として含まれていることに留意して1の9乗根を考えてください。

続いて第4問。

【問題 4】

$\frac{1}{99^2}$ を小数で表示すると $0.00010203 \dots$ となり、小数点以下を2桁ごとに区切った数字の列 $00, 01, 02, 03, \dots$ には1ずつ増えていくという規則性が見てとれる。しかし、この数字の列を先の方まで見ていくと、規則性はあるところで途切れてしまう。この規則性に従う最後の2桁の数字はいくつか。

99の2乗である9801は4桁の最大の平方数です。この逆数にこのような性質があるのは面白いと思いませんか？

それでは解答です。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{99^2} = \frac{1}{9801} = \frac{1}{9800 + 1} = \frac{1}{9800} \times \frac{1}{1 + \frac{1}{9800}} \quad \text{【1 問問】} \\ & \frac{1}{9800} = \frac{1}{98 \times 100} = \frac{1}{98} \times \frac{1}{100} \quad \text{【2 問問】} \\ & \frac{1}{98} = \frac{1}{98} \times \frac{1}{1 + \frac{\pi \sqrt{2}}{98} \cos \frac{\pi}{4} - \frac{e^x}{98}} \quad \text{【3 問問】} \\ & \frac{1}{98} = \frac{1}{98} \times \frac{1}{1 + \frac{\pi \sqrt{2}}{98} \cos \frac{\pi}{4} - \frac{e^x}{98}} \times \frac{1}{1 + \frac{\pi \sqrt{2}}{98} \cos \frac{\pi}{4} - \frac{e^x}{98}} \quad \text{【4 問問】} \end{aligned}$$

【編集委員会】