# 平成22年度 センター試験 (本試　平成22年1月17日実施)

## 数学I・数学A　(60分, 100点　全問必答)

### 第1問　(配点 20)

〔1〕 $\alpha = \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ とする。$\alpha$ の分母を有理化すると $\alpha = \dfrac{\boxed{ア} - \sqrt{\boxed{イウ}}}{\boxed{エ}}$ となる。

2次方程式 $6x^2 - 7x + 1 = 0$ の解は $x = \dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$, $\boxed{キ}$ である。

次の ⓪ ～ ③ の数のうち最も小さいものは $\boxed{ク}$ である。

⓪ $\dfrac{\boxed{ア} - \sqrt{\boxed{イウ}}}{\boxed{エ}}$　　① $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{ア} - \sqrt{\boxed{イウ}}}$

② $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$　　③ $\boxed{キ}$

〔2〕 次の $\boxed{ケ}$ ～ $\boxed{サ}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。また，$\boxed{シ}$ に当てはまるものを，下の ④ ～ ⑦ のうちから一つ選べ。

自然数 $n$ に関する条件 $p$，$q$，$r$，$s$ を次のように定める。

$p$ : $n$ は5で割ると1余る数である　　$q$ : $n$ は10で割ると1余る数である　　$r$ : $n$ は奇数である
$s$ : $n$ は2より大きい素数である

また，条件 $r$ の否定を $\overline{r}$，条件 $s$ の否定を $\overline{s}$ で表す。このとき

「$p$ かつ $r$」は $q$ であるための $\boxed{ケ}$ 。

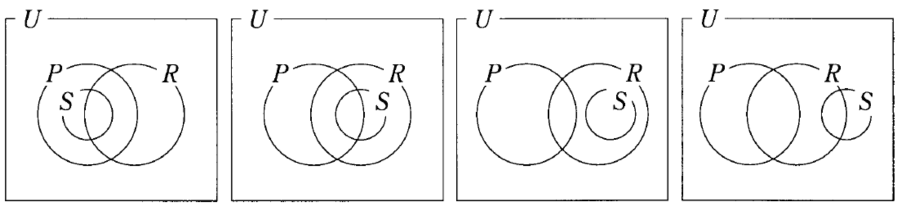
$\overline{r}$ は $\overline{s}$ であるための $\boxed{コ}$ 。

「$p$ かつ $s$」は「$q$ かつ $s$」であるための $\boxed{サ}$ 。

⓪ 必要十分条件である　　① 必要条件であるが，十分条件でない
② 十分条件であるが，必要条件でない　　③ 必要条件でも十分条件でもない

自然数全体の集合を全体集合 $U$ とし，条件 $p$ を満たす自然数全体の集合を $P$，条件 $r$ を満たす自然数全体の集合を $R$，条件 $s$ を満たす自然数全体の集合を $S$ とすると，$P$，$R$，$S$ の関係を表す図は $\boxed{シ}$ である。

④　　⑤　　⑥　　⑦



## 第2問 (配点 25)

$a$，$b$ を実数とし，$x$ の二つの 2 次関数

$y = 3x^2 - 2x - 1 \quad \cdots ①$

$y = x^2 + 2ax + b \quad \cdots ②$

のグラフをそれぞれ $G_1$，$G_2$ とする。以下では，$G_2$ の頂点は $G_1$ 上にあるとする。このとき，$b = \boxed{\text{ア}}\,a^2 + \boxed{\text{イ}}\,a - \boxed{\text{ウ}}$ であり，$G_2$ の頂点の座標を $a$ を用いて表すと，$\left(-a,\ \boxed{\text{エ}}\,a^2 + 2a - \boxed{\text{オ}}\right)$ となる。

(1) $G_2$ の頂点の $y$ 座標は，$a = \dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき，最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ をとる。$a = \dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき，$G_2$ の軸は直線 $x = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり，$G_2$ と $x$ 軸との交点の $x$ 座標は $\dfrac{\boxed{\text{セ}} \pm \boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(2) $G_2$ が点 $(0,\ 5)$ を通るとき，$a = \boxed{\text{ツ}}$，$\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。$a = \boxed{\text{ツ}}$ のとき，$G_2$ を $x$ 軸方向に $\boxed{\text{ニ}}$，$y$ 軸方向にも同じく $\boxed{\text{ニ}}$ だけ平行移動しても頂点は $G_1$ 上にある。ただし，$\boxed{\text{ニ}}$ は 0 でない数とする。

## 第3問 (配点 30)

△ABC を AB = 3，BC = 4，CA = 5 である直角三角形とする。

(1) △ABC の内接円の中心を O とし，円 O が 3 辺 BC，CA，AB と接する点をそれぞれ P，Q，R とする。このとき，OP = OR = $\boxed{\text{ア}}$ である。また，QR = $\dfrac{\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり，$\sin\angle\text{QPR} = \dfrac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(2) 円 O と線分 AP との交点のうち P と異なる方を S とする。このとき，AP = $\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}$ であり，SP = $\dfrac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。また，点 S から辺 BC へ垂線を下ろし，垂線と BC との交点を H とする。このとき，HP = $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$，SH = $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。したがって，$\tan\angle\text{BCS} = \dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(3) 円 O 上に点 T を線分 RT が円 O の直径となるようにとる。このとき，$\tan\angle\text{BCT} = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。よって，$\angle\text{RSC} = \boxed{\text{ニヌ}}^\circ$ であり，$\angle\text{PSC} = \boxed{\text{ネノ}}^\circ$ である。

## 第4問 (配点 25)

袋の中に赤玉 5 個，白玉 5 個，黒玉 1 個の合計 11 個の玉が入っている。赤玉と白玉にはそれぞれ 1 から 5 までの数字が一つずつ書かれており，黒玉には何も書かれていない。なお，同じ色の玉には同じ数字は書かれていない。この袋から同時に 5 個の玉を取り出す。5 個の玉の取り出し方は $\boxed{\text{アイウ}}$ 通りある。

取り出した 5 個の中に同じ数字の赤玉と白玉の組が 2 組あれば得点は 2 点，1 組だけあれば得点は 1 点，1 組もなければ得点は 0 点とする。

(1) 得点が 0 点となる取り出し方のうち，黒玉が含まれているのは $\boxed{\text{エオ}}$ 通りであり，黒玉が含まれていないのは $\boxed{\text{カキ}}$ 通りである。
得点が 1 点となる取り出し方のうち，黒玉が含まれているのは $\boxed{\text{クケコ}}$ 通りであり，黒玉が含まれていないのは $\boxed{\text{サシス}}$ 通りである。

(2) 得点が 1 点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ であり，2 点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。また，得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

# 数学II・数学B (60 分 , 100 点)

## 第 1 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕連立方程式（$*$）$\begin{cases} xy = 128 & \cdots\cdots ① \\ \dfrac{1}{\log_2 x} + \dfrac{1}{\log_2 y} = \dfrac{7}{12} & \cdots\cdots ② \end{cases}$ を満たす正の実数 $x,\ y$ を求めよう。ただし，$x \fallingdotseq 1, y \fallingdotseq 1$ とする。①の両辺で 2 を底とする対数をとると $\log_2 x + \log_2 y = \boxed{\text{ア}}$ が成り立つ。これと②より $(\log_2 x)(\log_2 y) = \boxed{\text{イウ}}$ である。したがって，$\log_2 x, \log_2 y$ は 2 次方程式 $t^2 - \boxed{\text{エ}}\ t + \boxed{\text{オカ}} = 0$ ……③ の解である。③の解は $t = \boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ である。ただし，$\boxed{\text{キ}}$ と $\boxed{\text{ク}}$ は解答の順序を問わない。
よって，連立方程式（$*$）の解は $(x,\ y) = \left(\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コサ}}\right)$ または $(x,\ y) = \left(\boxed{\text{コサ}},\ \boxed{\text{ケ}}\right)$ である。

〔2〕$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で $\sin 4\theta = \cos\theta$ ……① を満たす $\theta$ と $\sin\theta$ の値を求めよう。一般に，すべての $x$ について $\cos x = \sin\left(\boxed{\text{シ}} - x\right)$ である。$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを次の，⓪ ～ ② のうちから一つ選べ。

⓪ $\pi$　　① $\dfrac{\pi}{2}$　　② $-\dfrac{\pi}{2}$

したがって，①が成り立つとき，$\sin 4\theta = \sin\left(\boxed{\text{シ}} - \theta\right)$ となり，$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で $4\theta$，$\boxed{\text{シ}} - \theta$ のとり得る値の範囲を考えれば，$4\theta = \boxed{\text{シ}} - \theta$ または $4\theta = \pi - \left(\boxed{\text{シ}} - \theta\right)$ となる。よって，①を満たす $\theta$ は $\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{ス}}}$ または $\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

$\sin\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ス}}} = \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。$\sin\dfrac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}}$ の値を求めよう。①より $\boxed{\text{ツ}} \sin 2\theta \cos 2\theta = \cos\theta$ となり，この式の左辺を 2 倍角の公式を用いて変形すれば $\left(\boxed{\text{テ}} \sin\theta - \boxed{\text{ト}} \sin^3\theta\right)\cos\theta = \cos\theta$ となる。ここで $\cos\theta > 0$ であるから $\boxed{\text{ト}} \sin^3\theta - \boxed{\text{テ}} \sin\theta + 1 = 0$ ……② が成り立つ。$\sin\theta = \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ は②を満たしている。$\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}}$ とすると，$\sin\theta \fallingdotseq \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であるから $\boxed{\text{ナ}} \sin^2\theta + \boxed{\text{ニ}} \sin\theta - 1 = 0$ となる。ここで $\sin\dfrac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}} > 0$ より $\sin\dfrac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}} =$

$\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}+\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

## 第 2 問 (必答問題) (配点 30)

$k$ を実数とし，座標平面上に点 $\mathrm{P}(1,\ 0)$ をとる。曲線 $y=-x^3+9x^2+kx$ を $C$ とする。

(1) 点 $\mathrm{Q}(t,\ -t^3+9t^2+kt)$ における曲線 $C$ の接線が点 P を通るとすると $-\boxed{\text{ア}}\,t^3+\boxed{\text{イウ}}\,t^2-\boxed{\text{エオ}}\,t=k$ が成り立つ。$p(t)=-\boxed{\text{ア}}\,t^3+\boxed{\text{イウ}}\,t^2-\boxed{\text{エオ}}\,t$ とおくと，関数 $p(t)$ は $t=\boxed{\text{カ}}$ で極小値 $\boxed{\text{キク}}$ をとり，$t=\boxed{\text{ケ}}$ で極大値 $\boxed{\text{コ}}$ をとる。
したがって，点 P を通る曲線 $C$ の接線の本数がちょうど 2 本となるのは，$k$ の値が $\boxed{\text{サ}}$ または $\boxed{\text{シス}}$ のときである。また，点 P を通る曲線 $C$ の接線の本数は $k=5$ のとき $\boxed{\text{セ}}$ 本，$k=-2$ のとき $\boxed{\text{ソ}}$ 本，$k=-12$ のとき $\boxed{\text{タ}}$ 本となる。

(2) $k=0$ とする。曲線 $y=-x^3+6x^2+7x$ を $D$ とする。曲線 $C$ と $D$ の交点の $x$ 座標は $\boxed{\text{チ}}$ と $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。
$-1\leqq x\leqq 2$ の範囲において，2 曲線 $C,\ D$ および 2 直線 $x=-1,\ x=2$ で囲まれた二つの図形の面積の和は $\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

## 第 3 問 (選択問題) (配点 20)

自然数の列 1, 2, 3, 4, $\cdots$ を，次のように群に分ける。

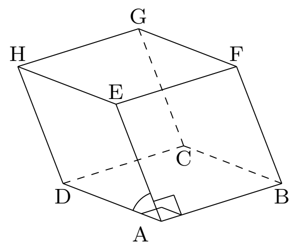
| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2, 3, 4, 5 | 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 | $\cdots$ |
| 第 1 群 | 第 2 群 | 第 3 群 | |

ここで，一般に第 $n$ 群は $(3n-2)$ 個の項からなるものとする。第 $n$ 群の最後の項を $a_n$ で表す。

(1) $a_1=1$，$a_2=5$，$a_3=12$，$a_4=\boxed{\text{アイ}}$ である。$a_n-a_{n-1}=\boxed{\text{ウ}}\,n-\boxed{\text{エ}}$ $(n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$ が成り立ち $a_n=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}n^{\boxed{\text{キ}}}-\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ である。よって，600 は，第 $\boxed{\text{コサ}}$ 群の小さい方から $\boxed{\text{シス}}$ 番目の項である。

(2) $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対し，第 $(n+1)$ 群の小さい方から $2n$ 番目の項を $b_n$ で表すと
$b_n=\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}n^{\boxed{\text{タ}}}+\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}n$ であり $\dfrac{1}{b_n}=\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+\boxed{\text{ナ}}}\right)$ が成り立つ。これより $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{b_k}=\frac{\boxed{\text{ニ}}\,n}{\boxed{\text{ヌ}}\,n+\boxed{\text{ネ}}}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ となる。

## 第 4 問 (選択問題) (配点 20)




二つずつ平行な三組の平面に囲まれた立体を平行六面体という。辺の長さがすべて 1 の平行六面体 ABCD-EFGH があり，$\angle\mathrm{EAB} = \angle\mathrm{DAB} = \dfrac{\pi}{2}$，$\angle\mathrm{EAD} = \dfrac{\pi}{3}$ である。$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{p}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \vec{q}$，$\overrightarrow{\mathrm{AE}} = \vec{r}$ とおく。

$0 < a < 1$，$0 < b < 1$ とする。辺 AB を $a : (1-a)$ の比に内分する点を X，辺 BF を $b : (1-b)$ の比に内分する点を Y とする。点 X を通り直線 AH に平行な直線と辺 GH との交点を Z とする。三角形 XYZ を含む平面を $\alpha$ とする。

(1) $\vec{p}\cdot\vec{q} = \vec{p}\cdot\vec{r} = \boxed{\text{ア}}$，$\vec{q}\cdot\vec{r} = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{XY}}$ は，$a$，$b$，$\vec{p}$，$\vec{r}$ を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{XY}} = \left(1 - \boxed{\text{エ}}\right)\vec{p} + \boxed{\text{オ}}\,\vec{r}$ と表される。$\overrightarrow{\mathrm{EC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{XZ}} = \boxed{\text{カ}}$ である。

(2) 直線 EC と平面 $\alpha$ が垂直に交わるとし，交点を K とする。$\overrightarrow{\mathrm{EC}}$ が三角形 XYZ の 2 辺と垂直であることから，$\boxed{\text{キ}}\,a + b = \boxed{\text{ク}}$ が成り立つ。以下では，$b = \dfrac{1}{2}$ とする。このとき $a = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。$\overrightarrow{\mathrm{EK}}$ を実数 $c$ を用いて $\overrightarrow{\mathrm{EK}} = c\overrightarrow{\mathrm{EC}}$ と表すと，$\overrightarrow{\mathrm{AK}} = \overrightarrow{\mathrm{AE}} + c\overrightarrow{\mathrm{EC}}$ である。一方，点 K は平面 $\alpha$ 上にあるから，$\overrightarrow{\mathrm{AK}}$ は実数 $s$，$t$ を用いて $\overrightarrow{\mathrm{AK}} = \overrightarrow{\mathrm{AX}} + s\overrightarrow{\mathrm{XY}} + t\overrightarrow{\mathrm{XZ}} = \left(\dfrac{1}{\boxed{\text{サ}}}s + \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\right)\vec{p} + t\vec{q} + \left(\dfrac{1}{\boxed{\text{シ}}}s + t\right)\vec{r}$ と表される。これらより，$c = \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。よって，点 E と平面 $\alpha$ との距離 $|\overrightarrow{\mathrm{EK}}|$ は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ となる。

## 第 5 問 (選択問題) (配点 20)

次の表は，高等学校のある部に入部した 20 人の生徒について，右手と左手の握力（単位 kg）を測定した結果である。測定は 10 人ずつの二つのグループについて行われた。ただし，表中の数値はすべて正確な値であり，四捨五入されていないものとする。

第 1 グループ

| 番号 | 右手の握力 | 左手の握力 | 左右の握力の平均値 |
|---|---|---|---|
| 1 | 50 | 49 | 49.5 |
| 2 | 52 | 48 | 50.0 |
| 3 | 46 | 50 | 48.0 |
| 4 | 42 | 44 | 43.0 |
| 5 | 43 | 42 | 42.5 |
| 6 | 35 | 36 | 35.5 |
| 7 | 48 | 49 | 48.5 |
| 8 | 47 | 41 | 44.0 |
| 9 | 50 | 50 | 50.0 |
| 10 | 37 | 36 | 36.5 |
| 平均値 | A | 44.5 | 44.75 |
| 中央値 | 46.5 | 46.0 | |
| 分　散 | 29.00 | 27.65 | |

第 2 グループ

| 番号 | 右手の握力 | 左手の握力 | 左右の握力の平均値 |
|---|---|---|---|
| 11 | 31 | 34 | 32.5 |
| 12 | 33 | 31 | 32.0 |
| 13 | 48 | 44 | 46.0 |
| 14 | 42 | 38 | 40.0 |
| 15 | 51 | 45 | 48.0 |
| 16 | 49 | B | E |
| 17 | 39 | 33 | 36.0 |
| 18 | 45 | 41 | 43.0 |
| 19 | 45 | C | F |
| 20 | 47 | 42 | 44.5 |
| 平均値 | 43.0 | D | 41.25 |
| 中央値 | 45.0 | 40.5 | |
| 分　散 | 41.00 | 26.25 | |

以下，小数の形で解答する場合は，指定された桁(けた)数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合は，指定された桁まで 0 にマークすること。

(1) 第 1 グループに属する 10 人の右手の握力について，平均値 A は $\boxed{\text{アイ}}$ . $\boxed{\text{ウ}}$ kg である。また，20 人全員の右手の握力について，平均値 $M$ は $\boxed{\text{エオ}}$ . $\boxed{\text{カ}}$ kg，中央値は $\boxed{\text{キク}}$ . $\boxed{\text{ケ}}$ kg である。

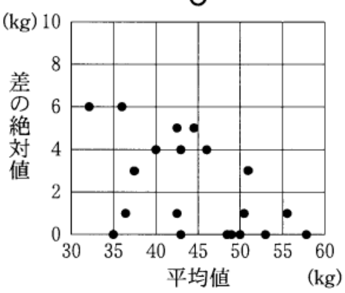
(2) 右手の握力について，20 人全員の平均値 $M$ からの偏差の 2 乗の和を，二つのグループそれぞれについて求めると，第 1 グループでは $\boxed{\text{コサシ}}$ であり，第 2 グループでは 420 である。したがって，20 人全員の右手の握力について，標準偏差 $S$ の値は $\boxed{\text{ス}}$ . $\boxed{\text{セ}}$ kg である。

(3) $t$ を正の実数とする。20 人全員の右手の握力の平均値 $M$ と標準偏差 $S$ を用いて，$M-tS$ より大きく $M+tS$ より小さい範囲を考える。20 人全員の中で，右手の握力の値がこの範囲に入っている生徒の人数を $N(t)$ とするとき，$N(1)=$ $\boxed{\text{ソタ}}$ であり，$N(2)=$ $\boxed{\text{チツ}}$ である。

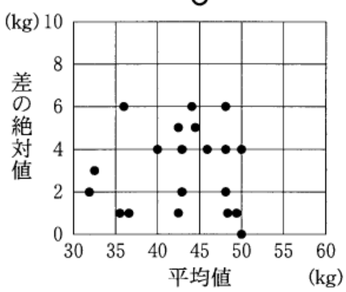
(4) 第 2 グループに属する 10 人の左手の握力について，平均値 D は $\boxed{\text{テト}}$ . $\boxed{\text{ナ}}$ kg であり，中央値が 40.5kg であるから，B の値は $\boxed{\text{ニヌ}}$ kg，C の値は $\boxed{\text{ネノ}}$ kg である。ただし，B の値は C の値よりも大きいものとする。これより，E と F の値も定まる。

(5) 20 人の各生徒について，右手と左手の握力の平均値と，右手と左手の握力の差の絶対値を求めた。握力の平均値については，最初にあげた表の「左右の握力の平均値」の列に示している。
握力の平均値を横軸に，握力の差の絶対値を縦軸にとった相関図（散布図）として適切なものは $\boxed{\text{ハ}}$ であり，相関係数の値は $\boxed{\text{ヒ}}$ に最も近い。したがって，この 20 人については $\boxed{\text{フ}}$ 。$\boxed{\text{ハ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

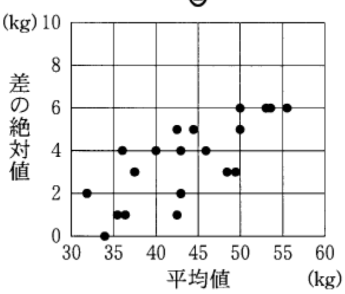
⓪



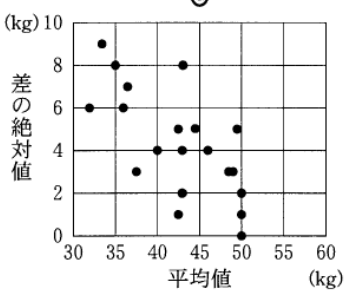

①




②




③




$\boxed{\text{ヒ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。

⓪ $-0.9$　　① $-0.5$　　② $0.0$　　③ $0.5$　　④ $0.9$

$\boxed{\text{フ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ② のうちから一つ選べ。

⓪ 握力の平均値が増加するとき，握力の差の絶対値が増加する傾向が認められる。
① 握力の平均値が増加するとき，握力の差の絶対値が増加する傾向も減少する傾向も認められない。

② 握力の平均値が増加するとき，握力の差の絶対値が減少する傾向が認められる。

## 第 6 問 (選択問題) (配点 20)

自然数 $N$ を三つの自然数 $a$，$b$，$c$ の和として表す方法の総数を求める。ただし，$a$，$b$，$c$ は $a \leqq b \leqq c$ を満たすとする。

次のように考えよう。まず，$a$ のとり得る値の範囲を求め，次に，その範囲にある $a$ の各値について，$a+b+c=N$ となる自然数 $b$，$c$ $(a \leqq b \leqq c)$ の組を数える。

(1) $a \leqq b \leqq c$ より，$a$ のとり得る値は $\dfrac{N}{\boxed{\text{ア}}}$ 以下のすべての自然数である。

(2) $N=20$ とする。このとき，$a$ のとり得る最大の数は $\boxed{\text{イ}}$ であり，さらに，$a=3$ のとき，$b$，$c$ $(3 \leqq b \leqq c)$ の組は全部で $\boxed{\text{ウ}}$ 個である。

(3) 自然数 $N$ を三つの自然数 $a$，$b$，$c$ $(a \leqq b \leqq c)$ の和として表す方法の総数を求めるため，以下のような〔プログラム〕を作成した。ただし，INT(X) は X を超えない最大の整数を表す関数である。

〔プログラム〕

```
100 INPUT N
110 LET X=0
120 FOR A=1 TO INT(N/[ア])
130   LET [エ]
140 NEXT A
150 PRINT "N=";N;"のとき，総数は";X;"通りである"
160 END
```

$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ の中から一つ選べ。

⓪ X=X+1　　① X=X+INT(A/2)-1　　② X=X+A+3
③ X=X+2*INT(A/2)+3　　④ X=X+INT((N-A)/2)-2　　⑤ X=X+INT((N-A)/2)-A+1

〔プログラム〕を実行して，N に 13 を入力したとき，130 行は $\boxed{\text{オ}}$ 回実行され，150 行で出力される X の値は，$\boxed{\text{カキ}}$ である。

(4) 一般に，三つの正の数について，どの二つの数の和も残りの数より大きければ，それらを三辺の長さとする三角形が存在する。逆に，すべての三角形において，どの二辺の長さの和も残りの一辺の長さより大きい。この事実を用いて，自然数 $N$ を三角形の三辺の長さとなり得る三つの自然数 $a$，$b$，$c$ $(a \leqq b \leqq c)$ の和として表す方法をすべて列挙し，その総数を求める。そのためには，(3) の〔プログラム〕の 130 行を削除して，次の 131 行 ～137 行を追加すればよい。

```
131 FOR B=[ク]
132   LET C=[ケ]
133   IF [コ] THEN
134     PRINT "(";A;",";B;",";C;")"
135     LET [サ]
136   END IF
137 NEXT B
```

$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ の中から一つ選べ。

⓪ 1 TO INT(N/2)　　① 1 TO INT((N-A)/2)　　② A TO N
③ A TO N-1　　④ A TO INT((N-A)/2)　　⑤ A TO INT((N-A)/2)+1

$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ の中から一つ選べ。

⓪ B　　① B+A　　② B-A　　③ N-B　　④ N-A-B　　⑤ N+A-B

$\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ の中から一つ選べ。

⓪ A<B+C　　① B<A+C　　② C<A+B　　③ A<B+C+1　　④ B<A+C+1　　⑤ C<A+B+1

$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ⑤ の中から一つ選べ。

⓪ X=X+INT(N/2)　　① X=X+INT(N/3)　　② X=X+INT(A/2)+1
③ X=X+A-1　　④ X=X+A　　⑤ X=X+1

変更後のプログラムを実行して，N に 13 を入力したとき，150 行で出力される X の値は $\boxed{\text{シ}}$ である。