突撃インタビュー

清水克彦先生に聞く

恒例の突撃インタビューも 12 回目となりました。今回は，今年の数学部会春季研究大会において，数学教育に対する熱い思いに満ちた講演をしていただいた清水克彦先生です。清水先生は，現在，東京理科大学理学部数学科 · 科学教育研究科において，教員を目指す学生のご指導もされています。今回のインタビューでは，先生の数学観や大学での取り組み，最近の高校生，大学生に思うことについて，いろいろとお話を伺いました。

1 プロフィール

先生の経歴について

今年で東京理科大に来て 9 年目になります。当時，理科大では普通教科情報の免許状と数学教育の両方を担当できる教官を探していて，それでこちらにお世話になることになりました。その前は，国立教育政策研究所の教材研究室で勤務していました。出身は筑波大学です。

小さい頃から数学は結構好きで，理系少年であったことは事実だと思います。でもそんなに仕事にしようとは思っていませんでした。もともと僕は教育畑の人間で，理科大でも教員養成がメインではありますが，どちらかというとかなり数学にシフトした形の教員養成なので，最近ではそちらのほうを一生懸命勉強したりしています。

大学での取り組み

東京理科大は数学教育に伝統があります。この数学教育研究所は 5，6 年前にできたのですが，おそらく大学が持っている，日本で最初の数学教育だけの研究所だと思います。

ここではいくつか本を出版していて，その中に『数学トレッキングガイド』という本があります。これは，高校の数学と大学の数学をつなぐような，数学の基礎講座になっています。最初の『数学トレッキングガイド』は，例えば「集合と写像」や「文字式」とはどういうものかとか，「数の体系」，「論証」，「複素数」，「積分」について，高校での立場と大学での立場をつなぐような本になっています。大学の理系，特に数学系に来る子たちは，数学の問題を解くのが得意で入ってくるんですけど，大学数学になると，今度は論理の世界になるので，そこのギャップをつないであげようという内容になっています。それから『数学トレッキングツアー』は，数学の面白い内容をトレッキング，軽く歩いてみて風景を楽しみましょうという内容です。

理科大では毎年 3 月，数学の教員のためのリフレッシュ講座を 2 日間にわたって開設していて，多い年で 200 人くらいの参加者があります。そのとき，数学科の先生に高校生向けにこの講座を授業していただくわけです。そうすると，最近では中学生が来たり，生涯教育の講座みたいな感じで，いろいろな人が来るので，その方々にいろんな数学の話題を提供して楽しんでいただこうということで，そ

の題材を本にすることをやっています。

2 先生の数学観

興味のあること

数学の指導にコンピュータを使ったりすることです。今は，実験数学的に数学を教える，いわゆるコンピュータを使っていろんな数値を集めてパターンを探ったり，数式処理ソフトを使っていろんな数学の現象を観察することを通して，数学の教育をできればと考えています。「Cabri Geometry」やグラフ電卓，また，今は数学界が「KNOPPIX/Math」というフリーのソフトウェアのコレクションを出しているので，その中のものを使うことが多いです。もう少しコレクションが増えて，教室で簡単にプロジェクタが使えるような環境になって，グラフなどを見せられると授業も面白くなるのではないかと思っています。

ゼミでの取り組み

最近は外国の訳されたテキストの中にも実際に手を動かしながら数学の定理を勉強したりする本が出てきているので，そういうのを扱います。あと，大学の授業ではやらない内容で，研究分野のための数学ではないけれども，進んだ子たちや先生になる人たちが読むとすごくためになる本というのがたくさん出ているので，それをゼミで取り上げたりしてやっています。

具体的に，去年はシルヴァーマンの『はじめての数論』というのを読みました。非常に面白い本で，数式処理ソフトや電卓を使って実際に素因数分解をさせてみたりしながら，いろんなフェルマーの小定理とかを確かめてみたりします。例えば，2 万何千いくつという数を素因数分解して，本当にフェルマーの小定理が成り立っていることを確かめることは，人間の手ではできませんが，それをグラフ電卓や数式処理システムで factor というコマンドを入れると，ちゃんと素因数分解してくれる。あれで本当に成り立っているとわかるんですよね。

それから，ポリアの『数学における発見はいかになされるか』もよく選ばれます。これは読むだけではなくて，章末の問題には，実際に解いていくと面白い例が出ています。そういう探求課題を実際に手を動かしながらやると，教員になるための数学としては面白くて，いわゆる先生になる人たちが実際に手を動かして学習するようなことを，僕も一緒に勉強しながらやっています。

やはり教える内容だけを知っているのではなくて，周りのいろいろな内容なり関連することを知っていると，すごく楽しく教えられたり，深く教えられたり，ちょっと脱線してみたりできると思うので。全部の分野には無理だと思うけど，いくつかの分野でそのような経験がある学生は，先生になっても周りの世界とどう結びつくのかということを結構教えられるんじゃないかと思っています。高い数学を勉強するのも，よい先生になる一つの手だけど，露天掘りして真ん中を深くしていく，普通の数学の研究を深く下まで行くように，周りを掘っていく作業をすると結構面白いのがでてきます。

僕は学校数学の中で扱わないし，大学数学の数学科のカリキュラムの中にも出てこない内容は，どこで誰が教えたらいいのかと思うんです。そういった内容の中にも，高校数学なんかを教えるにはすごく役立ったりするものがあったりします。だから理科大では，そういった内容を自分で勉強して，数学教育論の講義の中で，そういう話題を分野ごとにどんどん話していくような授業をしています。本来はカリキュラムの話や普通の数学科教育法の話をしたりするんですけど，僕はそういうのはほとんどしませんね。

学習指導要領の改訂について

今度，高等学校の指導要領の改訂がありますが，今回の改訂は大きいですね。内容に関して今までにない改革ではないでしょうか。代数 · 幾何，微分積分のように分野別に教えたときよりも変わっています。

あとは，数学的活動がカリキュラム上の位置づけになりますね。評価の対象です。高校だと課題研究ですが，これを教科書会社がどう対応しているか見たいですね。学校現場で課題研究をやっている時間があるのかとも思いますが。1 つ前の学習指導要領解説の理数編が面白かったですね。理数数学探求の課題研究という単元に数学的実験という項目があって，そこには，具体例にあうように仮設を立て，予想をして，検証して，証明するという，数学的実験の流れの図がでていました。この科目は教科書がないので，どこかの教科書会社では解説書に具体例をつけて出していましたが，そういうのが役に立たないかなと思いますけどね。課題研究もそういうサンプルがたくさんないと。

数学基礎もほとんど無視されましたね。数学 I，II，III，A，B，C の授業に使える内容がたくさんあったはずがなのですが。前職のときにカリキュラム調査をやったのですが，数学 I，数学 A だけを 3 年間やっている高校もあるんですね。それだったら，数学活用をやったほうがいいと思いました。今回のカリキュラムでは数学活用の位置づけもちょっと面白いですよね。前の数学基礎は数学 I についていけない生徒のためのものという感じもあって，中学校の数学的な手法を超えてはいけないというのがありましたが，数学活用ではそれは外れるはずです。ただ，柱立てはあまり変わっていないですよね。数学活用は位置づけが変わり，使い方が自由なので，教科書会社のほうも少しレベルが高い問題をちょっとオプション的に入れておけば，いろいろな学校で使ってもらえるのではないかと思うのですが。

大学入試との関連

試験に出るか出ないかというのは難しい問題です。平面幾何が入るけど入試に出せるのだろうかと思います。今の平面幾何だって，ほとんど出すところがないですし。数学 I でやる資料の活用も入試に出せるかというと，計算以外だせないのではないかと思います。計算だったら大学入試レベルの問題にならないし，なったとしたら相当テクニカルな問題を出すしかないですし · · · 。

今度の数学 A に入る整数の性質は，過去入試問題にたくさん出ていますが，難問ぞろいです。特に医学部系の数学の問題に多くて，20 年ぐらい前のものは超難問ばかりです。医学部や難関大学で出したということは選別能力が高いということですよね。解ける生徒は解ける，解けない生徒は解けない。そこまでなってしまったら，整数の性質だって初期の意図とは随分ずれてしまって，入試のための整数の性質になったらすごい問題を演習しないといけないことになってします。証明だって大変だし，ユークリッドの互除法がなぜ正しいかの証明は結構大変です。今回の指導要領改訂の趣旨はすごく面白いと思いますが，先生方がまた勉強を求められる内容になっているのかなという気がしますね。そうなると逆に敬遠されるのではないかと思いますね。

多くの高校生のための数学に

今までは物理学科とか数学科，工学部でも機械工学科とかに行く人たちのための微積分を頂点にしていた数学のカリキュラムで，どちらかというと情報科学に行ったり，経営とか他の分野に行ったりするための内容が含まれていませんでした。それを今度少し情報科学よりにしようということで，整数の性質いわゆる離散数学的な内容が入ってきています。

今，弱いのは確率·統計のところですよね。大学へ行って「高校の数学でどの分野をやっておけばよかったか」というアンケートをとったら，多くの学部，学科で確率·統計が一番に挙がると思います。授業で確率·統計の必要のない学科はそう多くないはずです。文学部でも心理学科に行ったら必ずやりますし，社会学部でも，社会調査やマーケティング，広告などで扱います。商学部や経済学部へ行ってもやるだろうし，スポーツ方面へ行ってもたぶん統計はやらされますよね。理学部でも統計的なのは実験をやる人たちにとっては必要になっています。そういう意味では日本の高校のカリキュラムは統計が弱いという気がします。今回，統計が入っているというのはその表れもあるかと思います。やはり，ある意味で今の高校数学の内容が全部の人に必要な数学になってないですから。

例えば，進学校でない，あるいは進学校の中でも理系でない，文系の生徒は普通3年生になって数学をとりません。本当は3年生になって数学をやって，何か役に立つ数学の内容があるはずだと思うんだけれど，今は数学Iだけでカリキュラムが終わっちゃう。もったいない気がします。今度は統計が入ります。文系はそういうほうが役に立つと思います。

あと，教科書の中の例は理科的な例が多い。内容としては数学だけれども，自分たちに関係ある場面などを例にあげれば食いつきがよくなるんじゃないかな。楽しい例をいっぱい出せればいいですよね。そういう，子どもの将来の社会生活の場面で数学を使う場面を提示してあげたらいいと思います。外国の大学の教科書なんかでは，野球の例が出ています。女子のソフトボールの場面がでていて，野球の打率などの話から確率や統計を扱っていたりするんですよね。そういう例のとり方が日本には少ない気がします。生徒の勉強する意欲を喚起するような例があるといいですよね。

教科間，学校種間での調整も

理科と数学のインターセクションがあまりない，これは以前からの問題です。学習指導要領をつくるときに数学と理科が話し合うことはないですから。理科で使うものが数学で教えられていない，ということはたくさんあります。また，同じ内容でも違う表現があったりします。電気では虚数単位は j ですし。そうした擦り合わせがされていないというのは，授業を受けるほうにとってはたまったものではないですね。本当は，理科の例から始まって，数学に入るのがいいのかもしれませんが，そういう授業は大変でしょうね。この辺の悩みは永遠の問題かもしれません。

統計もそうです。社会や理科でのグラフや統計図の読み方は，算数や数学で習う以前に出てきます。数学で教えているかといえば「ごめんなさい」ですよ。どこかで調整しようという動きはあってもおかしくないのに，しようとしないですね。統計が現行の中学の課程からなくなったのは，時間数のこともあるけ

れど，社会や理科で扱うからというのも，なくす根拠になったようです。

本当は文部科学省の中にカリキュラム調整会議があったほうがよいですよね。小中高の算数・数学のつながりも，教科調査官レベルでちょっと調整が話題になる程度で，いっせいに調整しようというのはあまりないんじゃないかな。僕が知らないだけかもしれないけれど。教科間，学校段階間での調整は進まないですね。高校の先生が中学の授業参観をするとかもほとんどないだろうし。中学の先生にとっても，教えている内容が，高校でどう発展するのかを知る機会があまりないと思います。実際にどういう教材で，どんな教え方をしたのかを，お互い知る機会が必要ですね。

3　今の高校生，大学生について思うこと

数学的帰納法について

今，文部科学省が学力調査をやっていますが，あれは全員のレベルなので，理科大の研究所は理系に進む学生の力がどれくらいあるのかということを毎年調べています。これは理系とくに理科大に推薦枠をもらってる学校にお願いして，そこで調査をやってもらっているのですが，それをみると，理系の学生の学力はそれほど落ちてないというのがわかります。ただ，いくつか落ちつつある項目があって，そのうちの一つが「数学的帰納法」です。無答率が増えています。理科大に推薦枠を持っている学校でそうだということは，かなりの理系の生徒の中で数学的帰納法が定着していないのではないかという心配があります。それから，実は学校によって全体の平均点はそんなに変わらないのですが，数学的帰納法は得点の差が大きいんです。ということは，その学校で数学的帰納法をどう指導しているのかというのが，かなり効くということです。他の内容ではどちらかというと学校ごとの平均点の分布図をとっても，相関があるとかないとかいうのは出てこないケースもあるんですけど，数学的帰納法は結構相関が出てきています。

作図について

今度，高等学校の内容になりますよね。結構大変ですよ。私は数学科教育法で 1 回だけ作図の授業をやります。基本作図ではなく，作図題をだします。こういうものを満たす図を描け，というものです。大学生のレポートに出すと本当にできない。例えば，2 つの円の共通外接線をひけという作図題は，定規を当てて描け，というのではないのです。接点の決定問題ですね。

中学校で作図をやりますが，中学 1 年生だから，証明がないんです。つまり，どうしてそれでいいのか，という説明がない。手順だけで済ませています。先生方もやっていないから，ときには解答をもってやっているんです。いろんなバラエティがあるけれど。年に 1 回だけだから覚えていられないし。普通は，作図題というのは証明がついて完結なんですけどね。ですから，中学校における作図題が描き方の手順を教えるということになってしまっています。

今度は高校に入ります。うまくやれば，証明の指導の一種として扱えると思います。手順を考えて「どうしてそれでいいの？」っていう具合に。中学校の三角形の合同条件等のやり直しになれるような位置づけにしたいところでしょう。手順だけで終わったら何も残らないです。

解答がかけない

最近は，図を丁寧に，正確に描こうとする子が少なくなってきている気がします。4 次関数のグラフを描くときにも，滑らかだとか，

ゆっくりあがるとか，そういうことを考えず，とがってたりするグラフを平気で描きます。式の計算とグラフが対応してないんでしょう。きれいに描ける子は回転させても移動させてもきちんと理解するから，例えば積分を学ぶときでも図のイメージがしやすいと思います。

それから，学生のレポートなんですけれども，読んでもらうという意識で書いていないですね。自分のメモ書きのようなレポートが多くなっています。本当に言葉がない。グラフや表でも縦に何をとったか，横に何をとったかが書いていない。数字が並んでいて，それは確かに合っているのですが。あと，ここからどうしてここに来るのかがわからないものもあります。そうすると「何か写しているだろ（笑）」と感じてしまうこともありますね。とにかく，読み手がいるということがわかっていないようです。途中経過がない解答は数学科の解答なのでしょうか？ 普通の感覚で考えれば数学科の解答ではない，すなわち説明ではないと思います。

不等式について

最近，学校で扱う数学は等式の数学が多く，不等式の数学が少なくなっているのが，気になっています。大学では，不等式のほうが多いですよね。だいたい，きちっと値が求まることなんかないのだから，上下で不等式で押さえるのが普通ですよね。一時期に比べると，ずいぶん，不等式の範囲が狭くなりました。

大学のレポートで，相加平均・相乗平均の不等式の向きが逆になってびっくりしました。なんでこの子は，実際に数字を入れて見なかったのだろうと思いましたね。本当に不等式は弱くなっています。自信がなければ具体例を入れてみればわかると思うのですが。

具体例の重要性

大学のゼミでも，定理や法則が出てくると「具体例は？」と聞きますが，学生から答えが出てこないケースが多いです。だいたい，僕の質問は「具体例は？」と「どうして？」しかないくらいのですが，それでも，結構パンチを打ち込まれたと思って，答えられずにへなっちゃう子がいます。代数学の岡睦雄先生が，数学の勉強法として「何か定理を習ったら，最低でも一番シンプルな具体例をチェックせよ」とおっしゃっています。その例は，他に直感的な解釈があるほうがよい。「『法則だからそうだ』ではなく，『確かに直感的にみてもそうだね』というのが，数学のわかり方だよ」と卒研生に指導していると言っていました。高校生から例を言えずにやっていたら，きわめて形式的。論理も形式論理ですよね。論理的思考力も，結局は最終的な形式だから，具体例の土台がないと実感にならないと思います。

受験数学とパターン学習

先日，大学入試懇談会というのに出席したのですが，そこでは「丁寧に場合分けできない」という話題も出ていました。手順を教えちゃうと，どうしても具体例に当たるという思考法が育たない。そうすると，場合分けの観点がつかめないんじゃないでしょうか。お仕着せの場合分けしかわからないと思います。具体例にあたるというのは，考え方としてはいい方法です。解き方を知らないときとか，よく場面がわからないときにはいい方法ですよ。

数列なんかは，式を無理に立てず，具体例で書き並べていくと答えが出るようなこともありますよね。面倒くさいけどひたすら書いていく。そういったことが書けるというのも能力だと思います。書いていく中でパターンを自ら発見して，「わかった」となるのが理想ですよね。たまに入試問題でもそういうのを見かけます。漸化式で「$4,10,28,82,\cdots$」のように数字を全部並べて「3^n+1」という答えだけが書いてある答案もありました。でも，そういうことを見抜いたのなら，たいしたものですよね。具体例を入れないとパターンが見

えてこない問題というのも，ありますよね。

育てたい力，求めたい力を問うための入試なのに，実際は予備校なんかで入試に通るために，パターン化して短時間で手順で解くことを指導するなんて，なんかずれてますよね。高校生でももう少し違う力を育てたいと思うんですけど，数学の中で。

授業の中で

場合分けについては，先生が授業中に問題をあがきながら解いていく場面を生徒にみせることも大切かもしれませんね。先生は答えを知っているから「このときは奇数と偶数に分けて」のようにささっと解いてしまいがちですが，演技でもいいから「あれ，これどうやるんだっけ？」などと言いながら，黒板の前であがきながら解いていく。「この場合とこの場合に分けて考えればうまくいきそうだ」という授業もいいと思うんですよね。どういう発想をしたかということを教えるということですね。

毎時間それをやっていると授業が進みませんが，1 学期に 1 回か 2 回程度でいいから，Show である「黒板の前であがく授業」を見せてあげたいところですね。そうすれば生徒の中にも「試行錯誤する」ということが身につくのではないでしょうか。

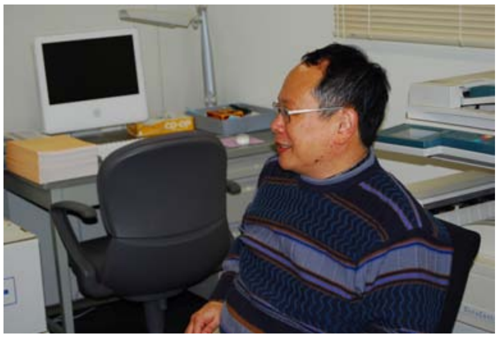
「学力＝計算力」で測るしかない？

いろんな公式を知っている子が増えていますね。積分の「6 分の〜」の公式を平気で使う子が増えています。そんなに使う場面がないのに，そんな公式まで覚えているの？ と思います。センター試験で時間を短縮するには公式が重要ということでしょうか。結局，センター試験の難易度は，計算量でつけるしかないんですね。いつからそうなったのかは知りませんが，センター試験で数学の試験は正規分布させるために，分布の修正をしなくて済むように，配点を考えるんですね。

思考力で差をつけると，ほとんどできなかったりすることもありますね。全員できたり，全員できなかったりした問題は，試験としてはなかったものと同じですから。ある程度の分布を出すには計算量で差をつけるしかない。そうなると「6 分の〜」公式は有用なわけですね。教育的な観点から言えば，一つの問題にいろいろなアプローチできるというのはとてもいいことで，別の観点をやれるからいいんだけれど，受験のときには，どれでやろうか選ぶ時間が無駄だということになっちゃう。

おもしろい？ ためになる？

10 数年前に『分数ができない大学生』という本が話題になりました。あの説は 2 通りあって，使ってないから出来なくなるのは当たり前だという説と，小学生の頃から分数の割り算とか計算が出来ない子どもたちがそのまま大学に入っているという説があったと思います。両方当たっているとは思います。本大学のある先生がおっしゃるのは，単に理系離れじゃなくて，全体的に知的なものから離れているのではないかと。



冗談ですが，数学は必修だからやめられない，試験にも出るし離れられないから，数学嫌いになる。理科は履修しなくていい科目を増やせばいいだけだから，理科離れだと。だから本当は「数学嫌い · 理科離れ」だというジョークがあるんです。数学は逆に言えば，必修だし長い期間勉強するから，嫌いにさせ

ない工夫というのも先生が意識しなければいけないのかなと思います。

よく教員向けの研修で，こんなジョークを言います。数学の授業について「面白い，面白くない」「ためになる，ためにならない」という4種類を2次元の表（表1）にします。内容があると面白いとすると，どういう順番をつけるか，この中でいいと思う順番を考えるというものです。

	面白い○	面白くない×
ためになる○	1	2
ためにならない×	3	4

（表1）

普通の先生の感覚だと表1のようになって，「ためになるけど面白くない」が2番かと思います。私は儒教的学習観といっていますが，勉強って「強いて勉める」と書く不思議な熟語ですよ。「良薬口に苦し」です。考えてみると2番目の授業は，確かにその授業の内容は身につくけど，その次の場面で数学から離れていく可能性がありますよね。3番目の「面白いけどためにならない」は，ある意味ではその次の授業でも数学に参加し続けることができます。だから，その1つの授業の評価の観点としては表1だけど，ひょっとしたらこれが表2かもしれない。

	面白い○	面白くない×
ためになる○	1	3
ためにならない×	2	4

（表2）

もっと穿った見方をすると，表3かもしれない。

	面白い○	面白くない×
ためになる○	1	4
ためにならない×	2	3

（表3）

ためにならないものはもともと面白くないわけで，いい内容に悪い印象を与えてしまったからもっと悪いという考え方もあるわけです。だから，ある意味で嫌いにさせないというのも目標に挙げて悪くないと思うんです。

役に立たなくたっていいんです。それを言ったら，パズルは何の役にたつのかということになりますね。テクニック習得というのは，なかなか面白くはならないと思います。いわゆる「点を取る」という目標のために，学習しているだけですから。

4　数学実験の試み

足の大きさと身長の関係

先日も学力調査の問題で，中学の数学Bの問題に，体の一部と身長との相関の問題があったので，それを実測する授業をしました。皆で測ると，手と足とでは，足のほうが相関がありましたね。足の大きい子は大きくなるといいますが，「あぁ，やっぱりそうなんだ」とみんなで納得して，終わりました。でも，体のほかの部位，例えば腕の長さなどは，誤差が大きすぎるのです。いったいどこを測れば正確なのか，数学の教員ではわからなくて（笑）。まぁ，腕より足のほうが身長と相関があったといっても，それは嘘でもいいんです。科学的事実としてその学級では成り立ったのだから，それで「足の大きい子が大きくなる」という常識をサポートしたことは面白かったです。

ウルトラマンのバンジージャンプ

小学生対象の授業では，ウルトラマンにバンジージャンプをさせるという授業をやりました。ウルトラマンの人形に輪ゴムをつけて2階から落とし，地面につかないで戻ってくる，輪ゴムの本数を予測させる授業です。フックの法則で本数の k 倍なんですが，室内で輪ゴム1本での高さを測り，2本，3本と1本ずつ5，6本まで増やして落ちる高さを測ってから，2階から地面までの高さをいうと，結構な子がグラフを書いて予想しました。小学校では比例関係をやりますが，比例関係を利用した予測は，あまりやらないようなので，取り上げてみました。

東京理科大ではやってないのですが，僕が非常勤で行っている大学の数学科教育論でウルトラマンのバンジージャンプをやらせてみたら，大学生でもすごく喜んでいました。

5　まとめ

高校の授業に望むこと

先生が，面白い引き出しをたくさん持っているといいと思います。それは数学史的な話題でもいいですし。でも，言うは易し，行うは難しです。学期に1回でもどれかの試みがあるといいですよね。「今日は違った授業をやったな」と生徒に言われるのもいいかもしれない。どうしても，問題演習の繰り返しになってしまう。特に法則を教えて演習の繰り返しですからね。具体例から法則に行くことがあまりない。そうした現実の問題はやってみると面白いですが，高校でそれを正規の授業の中でやるわけにはいかないですね。でも，何かの機会でそういうことができたら面白いなと思います。例えば，高校1年生の夏休みなどにできたら面白いなと思います。なにかそういう仕掛けがあると面白さを伝えられるのかなと思います。

教科書に載っているものを全部教えないといけないという時代から離れられる日が来ないかな，と思いますね。たくさん載っていてコアな部分はここであとは自由につまんでいいですよ，という教え方ができるといろいろな学校でいろいろな数学を教えられますよね。

進んだ高校生向けとか，ちょっと数学に興味がある高校生向けの数学読み物がここ4，5年出てきているけど，まだ少ないですよね。「組合せ数学入門」とか「不等式入門」とか気楽に読めるものが高校生向けにないんですよね。教科書以外にそういう読み物があると，広い数学を見ることができますよね。夏休みの読書課題に数学関係の本を宿題にする先生もいらっしゃいますよね。女子学生向けに『数学ガール』という本が1，2，3と出ているし，ちくま学芸文庫から『算法少女』の復刻版が出ていますし，そういうものに触れるというのもいいと思いますよね。そういう興味ある高校生たちのための数学の本というのが気楽に読めていいですね。式がずらーっとなっている本だと鉛筆持って始めないといけないじゃないですか。最後は鉛筆を持って欲しいですけどね。教科書だけの数学から，周りに広がっていくものがあるといいなと思っています。

お忙しいところありがとうございました

今回インタビューをした清水克彦先生には，2010 年度の千葉県教育研究会数学部会春季研究大会でも講演をしていただきました。その講演の内容を簡単に掲載いたします (誌面の構成上かなり割愛した箇所もあります)。

「数学科の授業における数学実験の勧め」

1. 数学実験の勧め

数学は歴史上も論理だけでなく，実験などを元にして形成されてきたものも多い。一松信先生は，「いまや，数学におけるコンピュータの役割は，ルネッサンス期における生物学における顕微鏡が果たした，また，天文学において望遠鏡が果たした役割と同じものなのである。すなわち対象を直接的に観察するための強力な道具なのである。」のように言われている。また山本芳彦先生は『実験数学入門』(岩波書店) の中で数学上の実験を次の 2 つに区別している。

数学実験 定理や法則を実際例にあたって，本当に成り立っていることを確認する。

実験数学 様々な具体例を観察し，そこから数学的推測を得て，証明していく。

2. 数学実験の例

(1) 立方体を展開するには

問題：立方体をハサミで切って，展開するためには「何回」ハサミを入れればよいか。また，その説明を 2 通りしてみよう。

解答：(Virtual Solid を使って実演)7 回でできるが，なぜなのか？

説明 1：12 個の辺があり，展開図には 5 ヵ所つながっているから，$12 - 5 = 7$。

なぜ 5 なの？ 6 個の面がつながるためには 5 ヵ所必要。つまり，(辺の数)-((面の数)-1)

説明 2：すべての頂点 (8 個) にハサミを入れる。各頂点に 1 回ずつ入れると 8 回。

最初のハサミは 2 つの頂点にいれているから，$8 - 1 = 7$。つまり，(頂点の数)-1

2 つの結果を並べてみるとオイラーの多面体定理もわかる。

(2) 宝探しの問題 (ガモフの問題)

問題：ある島に井戸と松の木 1 本と梅の木 1 本があった。海賊が宝を次のように埋めたという古文書が見つかった。「井戸から松の木へ線を引け，そこで 90 度右に曲がり同じ長さだけ進み，そこに杭を打て，井戸から梅の木に線を引け，そこで 90 度左に曲がり，同じ長さだけ進み，そこに杭を打て，2 本の杭の真ん中に宝は隠されている。」ところが，君たちが島に行ってみると，なんと井戸が埋まってしまって見つからない。どうやって君たちは宝を見つけるのか。

解答：Cabri Geometry で作図して，井戸の位置を動かしても宝の位置が変化しないことがわかる。また，特別な場合を考えても面白い。梅の木と松の木の中点に井戸があると考えると，簡単に宝が見つかる。松の木と井戸の位置を一致させても直角三角形の斜辺の中点から宝が見つかる。

(3) 京都大学の入試問題

問題：$\angle A = 90^\circ$ である直角三角形 ABC がある。頂点 B,C をそれぞれ始点として，辺 BC に垂直な半直線 l, m を頂点 A のある側に引く，次に辺 BC 上の任意の点 P より，辺 AB,AC に垂線を引き，この延長が l, m と交わる点をそれぞれ Q,R とする。

(1) 3 点 Q,A,R は 1 直線上にある。

(2) 台形 BCRQ の面積が 3 角形 ABC の面積の 2 倍となるとき，この台形の形を求めよ。ただし AB≠AC とする。

解答：Cabri Geometry で描いてみる。

(1) は，描いて，動かしてみると相似な三角形が見えてくる。

(2) 描いてみると，AB≠AC の条件の意味も分かってくる。この現象に気がつけば，中学生でも証明ができてしまう。入試問題がどのような図形の性質を探求しているかがわかる。

3. 数学実験をやってみよう

電卓やコンピュータの活用には，迷信がある。

- コンピュータを使うと先生は要らなくなる
- 電卓を使うと計算力が落ちる
- コンピュータや電卓を使うと，児童生徒は考えなくなる

コンピュータや電卓で支援してもらいたい数学科の活動

- 「見る」活動の支援
- 「探索し・発見する」活動の支援
- 「観察し・実験する」活動の支援
- 「いつでも成り立つ理由を考える」活動の支援

学力の洗濯機的な仕組み

「関心・意欲・態度」が洗濯機のパルセータ，これが回れば「数学的な考え方」,「表現・処理」,「知識・理解」もついてくる。

おわりに

コンピュータやグラフ電卓などのテクノロジーは，生徒の代わりに計算をしたり，グラフを書いたりするような生徒の活動を「奪う」道具ではなく，たくさんの数学の具体例を見て，数学的現象を「見る」ための道具として役立てていくことが望まれる。