

突撃インタビュー

一松 信先生に聞く

数学に造詣の深い方にお話を伺う「突撃インタビュー」も今回で7回目となりました。今回は、大学時代に「解析学序説」等でお世話になった一松信先生にお話を伺いました。

京都大学名誉教授である先生は、東京大学理学部数学科を卒業され、東京大学助教授、立教大学教授、京都大学教授を経て、東京電機大学客員教授もされていました。専攻は、数学、特に数値解析です。「暗号の数理」、「石とりゲームの数理」等、著書も多数あります。

また、数学検定協会の前会長でもあり、数学の啓蒙活動にも非常にご尽力されています。

● 生い立ち

私は東京で生まれて、東京で育ちましたが、郷里は大分県中津です。福沢諭吉先生のところですね。

中津藩というのはわりに昔から蘭学が盛んなところで、今は大分県ですけど、昔の国名では豊前です。それから、自分のことで恐縮ですが、もとは姓が中野とっていらしいです。私の五代前くらいの方で源七さんっていうなんか偉い人がいたそうで、殿様から一松という姓をもらったということです。これは、字の名前でですけども、それから一松って名乗るようになりました。

生まれは、今の港区です。そこに戦争中までおりましたので、やっぱりそこが一番長くいたところですよ。京都には、研究所ができて、そっちへ行った次第です。

● 数学の道へのきっかけ

こどものころから計算することが好きだったのは事実です。それで数学をやるようになったのは、極端なことを言えば、一種の逃避だったかもしれません。数学は好きでしたけども、なぜ選んだかと言えば、もちろん面白かったんですが、戦時中だったのでそういうこともあったかもしれません。

それからこれも、「暗号の数理」という本にも書いたので、ご存知でしょうけど、戦争末期、昭和19年に東京大学の数学科に入ったのですが、そのときに参謀本部の関係で暗号の研究をちょっとやりました。これはちょっとやったくらいで終わってしまいましたけれども、そういうことから多少そっちの方に関心を持って、「暗号の数理」なんていう本を書いたこともあります。

そういうことで、大学は数学科を出て大学院におりましたけども、数学だけでなくいろいろなことに首を突っ込んでというのが私の今日です。

● 数学教育との関わり

数学教育に関してはですね、お亡くなりになりましたが、大阪大学の松島先生が音頭をとって、数学教育の関係の相談をしようという話がありました。昭和30年代の終わりです。

ただ、これはどちらかというと大学の数学教育の

話です。しかし、この話はあまり発展しませんでした。松島先生もアメリカに行ってしまいましたので。

ただ、その後で30年くらい前ですが、当時の京大の秋月先生が中心になって、数学教育を考えようと、数学教育の会というのを自主的にお作りになって、それに引っ張り込まれたというか、それ以来数学教育に関心を持ってきたわけです。

実をいいますと、そのころ現代化の最中で、秋月先生が中心になりまして、20年先の教科書を作ろうという大変な計画をおやりになりました。



● 20年先の教科書の内容とは

本当ならば、秋月先生の目標はちょうど今ごろ使われているべき教科書だったはずなのですが。それがすっかり方向が変わってしまって、ゆとりということになりましたから。しかも、一部で使ってみたら評判があまりよくなくて、難しいといわれたんです。しかしながら、単に難しいとだけ締めくくるんではなくて。少し考えてみた方がいいだろうと思ったことがあります。難しさには、少なくとも3つくらい段階がありました。

第一は、慣れていない。コンピュータが特にそうだったんですが、要するに今までとちょっと違った考えができて、戸惑っている。新しい概念が出た場合に、慣れるまでに時間がかかるということがあろうようです。考えてみますと、何でも学問はそうなんです。数学というのは、習っていくうちに、だんだん昔の考えを変えていかなければいけないこと

がある。例えば、小学校で最初、5は3で割れないと言っておきながら、そのうち分数が出てくるんですね。それから、3から5は引けないといいながら、そのうちマイナスが出てくるという具合に、概念を拡張していくところがあります。それが、スムーズにできる生徒が多いんですが、そういうところで前の概念に引っかかって新しい概念に移り移れない。そういうことでつまづくという点はかなりあるようです。そういう点での慣れの問題というのがまず一つあります。分かっただけじゃ何もできないんですけれども、分かるまでに時間がかかる。それがまず一つの難しさでした。

第二は、分量。この例は、秋月先生が微分積分の教科書をお作りになったものです。大変いい教科書だったんです。それで、これは一部の学校で使ったようですが、その先生のご意見では、1週5時間あれば教えられれば、3時間でやれと言ったらお手上げだ。つまり5時間、時間をかけてゆっくり教えるならば、確かに面白いことはいろいろ書いてあって、生徒も興味を持った。それを3時間でやれと言われたら、結局もう骨と皮だけやるしかない。さもなくば、詰め込むしかない。普通の生徒が理解するには時間が問題で、やっぱり学習時間はある程度必要だと。それが、二番目の難しさです。



三番目の難しさというのは、本当の難しさなんです。端的に言えば、要するにモチベーションですね。何のためにこんなことをやるのか。何の役に立つのかとは言いませんが、なぜこんな風に考えなきゃいけないかという、そこで根本的につまづく。これは、幾何学基礎論なんか特にそうだったんです。これは、先生が勉強するのにちょうど良くて、生徒には教えられない。大学院でちょうどいいくらいです。大学院の専門のコースでは面白く聞いてくれたんだけど、普通の数学科の学生ではちょっと歯が立たない。つまり、専門の数学者になるのにはいいのかも知れないが、とても普通高校で教えられようような内容じゃない。また、極端に言えば、普通高校で教えると思うことはもっとたくさんあるはずで、みんな数学者になるような教育をすることはおかしい。

結局これは挫折しました。ただ部分的にいろいろ面白いアイディアはあったので、スーパーサイエン

スハイスクールなんてできますと、これはちょっと惜しかったなと考えています。

具体的には、高校三年間を目指して大体1,000ページくらいの教科書を作りました。実際、試案だけでなく、本当に書いてみて、それで一部は教えてみました。ただ今の時間からいいますと、やっぱりちょっと無理です。そういう中から、是非必要どころがどこであるかというようなことは精選してみることは必要であつたろうし、あるいは少し時間に余裕があれば、例えば理数科のところとか、スーパーサイエンスハイスクールなんかで出来たでしょうね。

イメージとしては、今の教科書の一番程度の高いものに、大学の初年級まで少し綴じこんだような内容です。微積分でいえば微分方程式もあります。それから、線形代数ならば一次変換もやる。そういうようなところだと考えて下さい。

● 学力低下に関して

学力低下という言葉が盛んに言われておりますけれども、先週鹿児島で日本数学教育学会の年会というのがありまして行ってまいりました。高専大学部会の方に出席して、やっぱりその学力低下の話がありました。その学力低下っていう、実はこれ症候群っていうか、症状でありまして、そういう言葉で締めくくったのでは話がうまくないっていうか、よく分からない。もうちょっと分析してみる必要があるし、そして同じく学力低下といっても、いろんな段階があって一口にくくるわけにもいかないし、また解釈もいろいろあるだろうと。

● 数学嫌いになるのは

特に、非常に感じるのは、小学生はまだわりと算数は好きなんです。嫌になるのが、小学4年とか中学2年とかよくいわれますが、やっぱり先生の影響が大きい。大体中学卒業まで数学が好きな人が多いんです。高校に入って大嫌いになる。大学・高校を出るときにはもう数学は不倶戴天の仇になってしまうというのが多い。そういうのが、アンケートなんかで非常によく出ています。だから、数学を好きにすることは一番大事だけど、せめて嫌いにしないためにはどうしたらいいかと。数学者を殺してしまえなんていう考えを起こさないようにはどうしたらいいかと、そっちがまず先決だろうと（笑）。それが非常に極端な意見です。せめて数学と仲良しになろうというか。

何が問題かですが、それはやっぱり高校の数学に一番問題があるという印象ですね。指導内容っていうか、あるいはその教え方の問題か、あるいは入学試験にばかり向いているせいなのか。いろいろそのあると思いますが、とにかく、今高校の数学に非常にそういう問題があるという指摘がありました。

● 極端な例として

それから、もう少しましなのはですね、面倒くさ

がるっていうんですか、あるいは早合点するというのが多い。

その例として、割り算の計算を引き算にしてしまうという信じがたいミスがいっぱいあるというんですね。何故かということですが、これがどうも対数を教えたせいだろうと。対数のところで、割り算が引き算になるということをいったら、それを何でも割り算は引き算にしてしまえばいいというふうに早合点したらしい。

これはちょっと古い話なんですけど、分数の和を分母、分子を足す誤りがあります。 $\frac{1}{2}$ と $\frac{1}{3}$ を $\frac{2}{5}$ にするという。そういう間違いが、ベクトルを教えると急に増えるという。ベクトルを成分ごとに足せばいいという、分数もそうやればいいというふうになるらしい。

何かそういう新しいことを教えると古いことを忘れてしまっ、そういうふうに頭が変わっていつてしまうという。なんかそういう概念の切り換えのゆきすぎがみられるというのがありました。だからこれは、やはり教え方の問題ですね。



● 今の教え方はパターンの

その辺のところは、やっぱりいろいろ教え方の違いはあると思いますが。ただやっぱり、いろんなことはだんだん知らなければいけないわけで、それに対して何かこうパターン思考っていうか、一つのことで全部済ませようっていうような、そういう安易な考え方が学生間にあるのではないかと思います。それでやっぱり試験の影響がかなりあるんじゃないかと思いますが。

確かに、パターン思考的なものはあるようなんです、この点は問題を出す方もやっぱり少し工夫はあるという気はします。要するに、安易に考えたんでは、予測するのはいいけど間違った予測をするというような、ちょっとそういうのも書きましたんですけども。そういうふうなことで、やっぱり試験をやる方も少し工夫はあるんじゃないかということはあると思います。

入試センターのマークシート方式の影響もやっぱりあるかもしれません。特に、やる範囲が減ってく

ればどうしてもパターンのにならざるを得ないわけで、ある程度それはやむをえないこともあります。

● 個の指導と数検

検定というのは、やはりこれからかなり重要なファクターになるんじゃないでしょうか。

つまり、日数教の大会でもあったんですが、学級崩壊っていうのが実際に起こっていると、個々の学生はいるんだけど学級としてのまとまりっていうのが非常に悪い。それならば、いっそのこと学級をやめちゃったかどうか。と、これは極端な意見ですが。個の指導ということを強調するなら、そこまでいかなきゃならないだろうと。もう学年もやめちゃって一人一人に対して 達成度に応じた教育をする。だから、科目によって学級の編成を変え、そして出来るのはどんどん飛び級させる。そういうことまで考えないともう対応できない。要するに、同じ年齢の人だけまとめて、一緒に教えようなんていうやり方はもう限度が来ているという極端な意見がありました。これはすぐに実行できませんけども。そんなことまで視野に入れて、だから本当に塾の個別指導みたいなことを考えないとやっていけないだろうということになりました。

● 数検利用の問題点

それで、私どもの検定の場合は、受検者の便を考えて、対応学年はつけています。例えば、3級は中学卒業くらいだということは一応言っています。しかし、級と学年・年令は無関係です。

実際に一部の高校なんかはすでにそれを念頭において、一種の卒業資格試験みたいな風に使っているところがあります。これはありがたいんですが、ただちょっと問題があります。本当は2級と書いていたんですが、2級は難しすぎるので、せめて準2級はとりなさいというふうに指導しているんです。それはいいんですが、下手すると準2級まで行ったらそれでいいとして、それ以上勉強しなくなるという危険性がちょっとあるんじゃないかと考えます。

また、学校をあげて受けてくれるところが出てきまして、その点は大変ありがたいんですが、ただ最近ちょっと心配な傾向があります。一つは合格率を上げるためっていうか、下の階級を受けるのが非常に多くなりました。高校生だから、まず3級をきちんとやりなさい。中学卒業をちゃんと固めて、そこから上がってきなさいという指導をしているんですが、高校生がみんな3級を受けて、それだけでおしまいになってしまうというケースが多いですね。

それで、ちょっと口幅つたい言い方なんですけど、私どもとしては3級が大体中学卒業資格試験くらいになって欲しいと。それから、その上はちょっといろいろあるんですが、準2級ぐらいが最低限度高校の全員の卒業資格であって、2級は文系・理系を問わず大学進学者のための必須範囲。そして、準1級というのは、高校卒業で数学 III・C までやっていま

すが、これは理工系とか要するに数学を必要とする方面に進む生徒のために、ここまでやって欲しい。1級は大学初年級ですが、これは少なくとも大学の理学部・工学部を出たエンジニア、科学者にとってはこの位のことを知っていないと、恥かきますよという、そういうような水準とそんな風に思っています。もっともこれはそのように位置づけたいという非公式な私の意見であって、数検の公式見解ではありません。

●数検の通信教育

数検で一部ですけど、通信教育をやっています。特に、大学付属の高校から大学に推薦で入ってしまうと、もう勉強しなくなるんですね。それで大学の授業に差し支えるから、せめて大学に入るまでの間に少し高校の数学を勉強してくださいということで、通信教育のテキストを作っています。

演習問題はなるべく数検の過去問を主に使ったんですが、ちょっと難しすぎる問題が多くなってしまいました。確かに良い問題なんですが、非常に趣向的過ぎるような問題で、通信教育には、ちょっと凝りすぎてるんじゃないかと思い、あまり難しいのは削って、教科書にある問題を入れたりしました。

実際、どういうものかといいますと、結局1年で今の数学Ⅰ＋Aだけではやっぱり貧弱過ぎて、とても足りない。しかもそれだけしかやらないんじゃない困るんで、やっぱりもうちょっと先のことをやっておかないといけないなと思って、等差数列、等比数列だけとか複素数の定義だけとか、それから座標で解析幾何とか、座標幾何の基礎的なところとかそういうのを入れました。それから三角比は、はじめ鋭角だけやって、あとはもう一般角までやってしまいました。ラジアンまでやってしまいました。それから2年生のところでは、大体今の数学Ⅱ＋Bですが、例えば極座標とか媒介変数表示とか、やっぱり必要なんで、そういうのは数学Cからもってきました。3年のところは微積分が $\frac{2}{3}$ 位で、あと行列と2次曲線と統計というふうになりました。

本当は、はじめもうちょっと進んで、大学の準備ぐらいのところまで書こうかなと思ったんですが、ページ数の関係もあったし、それから大学に入ってから習うことは大学でやればいいから、これはあくまで大学に入るまでの通信教育ですから、高校の範囲で押さえました。一応今の数学Ⅲ、数学Cでとめました。

だから、そうやって入れるっていうのは、やっぱり先に行くほど重いですね。だからやっぱりもう少し先取りして全体をならしていかないと高校2年か3年のところで非常に苦しい。それでもうやらないという傾向があるんじゃないかなと思いました。

●1級の合格率は？

合格率は、悪いんですよ、1級は。初め3割を狙っていたんですが、今大体1割前後です。もうちょっと受かって欲しいんですけど。そんなもんなんですよ。だから非常に悲しいんですよ。

●中学生でも数検1級に

ただしかしですね、すごい話があるんです。それは、去年ですけど、中学生で1級受かった生徒がいます。過去にもですね、私が関係してから中学生で1級受かったのは、3人います。もっとも、いずれもわりと最近ですので、多分まだ全部高校最終学年くらいですから、その後どうなったか分かりませんが、とにかく伸びているようです。高校生で1級受かるのは毎年います。ですから、そんなに悲しむものでもないだろうと。むしろそういう人をいかに伸ばすかということを考えなければいけないと思います。

去年受かった人は、中学1年のとき数学オリンピックに出て、日本の国内の銀メダルをとっています。それで、1級受けて、数検の1級の方がやさしいなんて言ってるんです（参考α-ωNo.40）。



●高校生より中学生の方が優秀？

3・4年前ですね、準2級くらいの、高校1年段階のところだと、かえて中学生がよく出来て、高校生が出来ないという傾向があったんです。これはかなり当たり前なんで、要するに中学2年くらいで受けるってのは非常に出来る人ですね。3級とてもうこれで中学は終わったから、今度は高校をやるというのは意欲のある人です。中学3年で受けるっていうのはかなり出来る人ですね。

ところが高校生の方は今度は高校2年や3年になってから、1年のことをやると忘れちゃうんですね。かえて習ったばかりのことは出来るけど、高校1年の問題は出来ないということになっていて、結局、高校生が成績が悪くて、中学生の方が成績がいいという結果になりました。

● 将来に向けての案

非常に優秀な成績を取っている子を育てていくようなことは是非したいと思っています。

確かにそういう優れた人はいっぱいいますから、何とかうまく伸ばしてあげたい。そういう子達で合宿をしたりとかセミナーをやったりとかができるいいんですが。ちょっとまだそこまで手が回りません。

合宿に関してはですね、案はあるんです。それは単なる合宿ではなくて、団体戦をやるという。合宿して、学校対抗の団体戦やろうなんて、そういう案はあります。つまり、一人ひとりじゃなくても、チームを作って解こうと。コーチの先生がついても構わないというのをちょっと企画しましたんですが。おいおい余裕が出来ればそういうことを少し考えております。

● 電卓と数学教育

電卓と学力低下との関係がよく言われますが、それについてはどうお考えですか？

電卓を使うと計算力が落ちることが言われていますけど、それがどういう関係で本当なのかということについては、大いに問題があります。ただ、使い方の問題で安易に頼る癖が出来るとするのは、逆に怖いんですね。あんまり計算力がないところで、できなきゃ電卓使えばいいなんてやっていると、電卓がないと何もできなくなるという傾向はあります。

それから、確かに電卓っていうのは有益な道具ですけど、気をつけないといけないということがよく分かりました。それが何かというと、機械がある意味で頭が良すぎっていうか、つまり予期しないことをやっちゃうっていうんですね。それを気をつけないと、かえって間違っただけを見えてしまうというそういう例をいくつか出してくれました。これも本当にいろんな例があるようです。

● グラフ電卓の問題点

私自身もですね、実はやっぱりグラフ電卓はあんまり安易に頼ると問題があると思ったのがあります。それは、接する線っていうのをやる場合、描く線には幅がありますから、本当に接するところは交わっているように見えてしまうんですね。少し離れていると接するように見えるということがあって。そういうような微妙なところを暗中模索する場合、やっぱりちょっと気をつけないと、間違っただけを生むんじゃないかと。数値をよく見たりしていろいろ工夫しないと、安易に結果を信用してしまうと危ないなという、そんな感じは持ってます。

それで、実際にアメリカでも最近電卓使うのは当たり前なんだけどあんまり電卓を押し付けることはしないという傾向のようです。先生のほうから要求があったら持ってゆきます、あるいは講習会もやります、と。だけでも、こっちから売りこむことは

遠慮しようという傾向になってきているようです。それはやっぱり、使いこなす能力がないと、機械だけ与えても何にもならないという認識が普及してきたということです。



● 自身と電卓との関わり

私自身ですね、最初は関数論やってましたけど、そのうちコンピュータをやらなければいけないというふうに気がついて、数値解析のこと随分やってました。それで、コンピュータを使っただけの数学教育ってなことは非常に重要だろうと。電卓っていうのが出来たからこういうものを使ってもっと今まで出来なかったようなことも出来るんじゃないか、ということはいろいろ考えてやりました。だけれども結局のところ、機械がどんどん発達してきて使いこなすのが大変だと。それでこれはやっぱり、先生のほうも相当勉強しないと安易に機械をもらっただけでは、うまい教育は出来ない。極端に言えば、要するに教育っていうか授業のやり方そのものをいろいろ考えずに、ただ機械だけ持ちこんだだけでは駄目で、かえって逆効果だ、とそういう感じがしています。

ですから私自身も、電卓っていうのは非常に重要な道具で便利であって、これはもううまく使えば非常に役に立つんだけど、あんまり安易に頼ることは危ないと。十分注意して使って下さいという風に考えています。

● 電卓を使うきっかけとその使い方

これは、好みはいろいろありますがね。私もコンピュータを使った最初は、数学の論文でコンピュータを使って検証したらいい、というところがあるというのがきっかけです。それでこれやっぱり自分で少し試してみなければいけないということで始めたのがきっかけです。これ今から見ればごく幼稚な話だったんですが、要するにこれからあと、やっぱりコンピュータっていう道具がある以上、本当に研究なんかで必要ならうんと使った方がいいと。手で苦労するよりは、そういう機械があるなら機械ができるところはやった方がいいと、そういう気持ちで始めました。

数値解析みたいなことをやりまして、そのうちにいろんなコンピュータを使った証明なんかが出てきて、大分世の中変わってきたと思います。ですから今でも、必要があったらどんどん使いなさいと。だけでも、うまく使い方をいろいろ考えてくださいと。まあそういう風に思ってます。だから、私自身もどっちかっていうと計算にしか使っていないんですが。

あまり新しいことは今やっておりませんが。検算には非常に安心できますので使ってますが、今のところその程度しか使っておりません。だけでも、もっと優れた使い方がきっと出来ると思います。

● 電卓普及に関する日米の差

グラフ電卓に関しては、HP(Hewlett Packard)は今はやめてしまって、もっぱら TI(Texas Instruments)ですね。ご存知でしょうが、T³の会がありますが、始めたのは、オハイオ州立大学の Bert Waits, Franklin Demana 二人の先生ですね。それで、要するにコンピュータを使ったんでは、どうも数学の教育はあんまりいろいろうまくいかないところがある。手間がかかるということもあるけど、思ったほどうまくいかないと。もっといつでもどこでも使える電卓でもって、出来ないであろうか。ということを考えて、このような仕様の電卓が作れないだろうかということをおこちの会社に持って行ったら、TI がそれに乗ってきた。それで、TI と相談して作って、教室で使って、それを改良するということを繰り返した。それが TI が成功した理由です。

日本のメーカーの場合は、残念ながら技術者が作って、先生があんまり関与してないっていうか。機械ができました、これ使ってくださいっていうことになったんですが、やっぱりそれでは、現場の先生とうまく噛み合わないですね。アメリカで成功したのは、数学の先生が教育で使うにはどんなものが必要かということを考えて、メーカーと相談して作らせたという、そしてそれを使っていろんな意見を聞いて改良していったという、そこがやっぱり成功した理由だと思います。



● 電卓の使い道

電卓教育についてはやっぱり数学者の体質というかやっぱり拒否反応があるんですね。それはわかるんです、ある程度。ただし、あんまり無理してやせ我慢して頑張るのも問題だと思っています。今の高校程度の問題で電卓を使わなきゃいけないような問題は、私たちの頃よりもどんどん削られてしまいましたからないんです。ですけど、やっぱり計算が面倒だからやらないというのは本末転倒で、そのために電卓があるんだから、そういうのを使ってやったらいいでしょうと私は言いたいんです。

やり方としては、例えば計算が面倒なもので、電卓を使った試験問題なんていうのもあっていいと思います。実際、数検は2次の方の数検検定は電卓使用可なんですが、あんまり使っていないですね。だけでも、とにかく持ってきて結構で、安心のために使ってくださいとしています。実際、数値計算なんかでよく電卓でやってくださいという。例えば、答えは小数で四捨五入して整数で答えなさいなんていう問題では、電卓を使ってよいとしています。ただ案外使っていないんですね。

私は、さっき言ったように検算くらいにしか使っていないんですけど、電卓を持てればとにかく安心しますね。面倒になったら使おうという。なるべくそれまでは暗算でやってみようなんていうことやってますので。だから、答えがちゃんと正しいか試すのに電卓があると非常に安心します。しかし、これは道具ですから、その使い方はこうしなきゃいけないということはないんで、それぞれの目的に見合ったような使い方をいろいろ工夫していただければよろしいと思います。

こういう計算すりゃいいんだけど、面倒くさいなと思ったらそういうときにしっかり使ってくださいばいいと思っています。

● 各国では

それから、ちょっとそれと関連した話ですけどね、日本の学校ではどうも、いわゆる数学ってのは記号が多くて。例えば答えをですね、 $3\sqrt{2}$ なんてな風に書いておしまいなんだけど、今の多くの国の教科書は大体みんな数値にしていますね。 $3\sqrt{2}$ って出しておいて、それを今は計算しとけば、4.2とか4.25と答えるというふうなことやってます。というよりむしろ、答えは必ず数値にしろという風なことをしています。シンガポールとかニュージーランドとかなんかの例ですけども。これは、記号で書いたらどのくらいになるかということが全然見えませんので、ある意味ではいい傾向だと思います。

● 円周率問題～近似という概念について～

日本の教科書については、やっぱり厳密主義ですかね。数値を嫌うっていうところはありますね。むしろ大事なのは、やっぱり近似の度合だと思うんで

すね。円周率が問題になってますけど、あれ3は困るけど、3.14も困ります。必要に応じて使い分けることが必要で、3.14にするんじゃないくて、3.1416までとらなきゃ答えが合わない、なんてものも一杯あります。3が一人歩きしちゃいましたけど。私は、3でもいい場合もあると思います。いつでもいいとは言いませんが、円周率が大体3だと分かっているれば十分だという場合もありますし、3.1でいい場合もあり、3.14でいい場合もあり、3.1416までとらなきゃいけない場合もあり、いろんな場合があるので、そういう近似の使い分けということが、やっぱり案外厄介です。本当の数は無限小数の超越数。だけど、それを適当に切って使うという考えが何か今抜けてるんですね。近似ということを非常に嫌っているようで、これが一つの日本の数学の大きな問題だと思っています。

高校だけじゃなくて、小学校から近似ということを極端に嫌って、もう捨ててるような印象なんで、ちょっとおかしいなと思ってます。高校の3年生あたりでやる教科書に出てるんですけどね。やられてないし、そういうことがやれるそもそもの基礎として、近似という概念が抜け落ちてるんですよ。小学校中学校から抜け落ちてるっていうか、そういうのがあるのかもしれないんですが、ほとんどやってないんですね。そして、妙な厳密主義がはやっていてというのが、ちょっとおかしいんじゃないかなという気がしてます。

まあ、ゆとりをやるためには時間があるから、削る、分量減らして削らなければいけないっていうのは当然ですけどね。どうもそういうときに、やっぱり嫌われているものを削るという傾向があるようで、本当にそれでいいのかなという気はします。本当に大事なことがなんかあるんじゃないかという気はします。

● 削減する上での問題点

一番の問題は、何ていうのかな、本当いうと小学校でこれだけやらなければいけない、中学校でこれだけやらなければいけないっていうような大枠だけはあるわけですね。それをまず決めて、それから、どうしても学年がありますから、一学年に時間数があるから、これだけしかできないという細切れになるんですよ。だけどこれを余りに細切れにして枠を作るんじゃないくて、一つのテーマがもうちょっと一貫して出来ないかというような気持ちはあります。

今度の指導要領では、とうとう最低基準なんて言い出して、わりに自由化されてきましたんで、少しやりやすくなったんでしょうけど。前ののはきっと、あんまり枠が決められすぎて非常にやりにくかったところがあると思うんです。その辺、かえって規制緩和ができましたから、もう少しいろいろ工夫してみる価値があると思います。

● 具体的には

例えば、これは昔から言われてるんですが、二次関数、二次方程式はどうも、中学に半分高校に半分です。ああいう風なところはもっと一貫出来ないだろうかというふうな感じはあります。これは、分量が多いから仕方がないんですけども。

それから、高校の場合、どうも気になるのは、ついでにやっつけていうのが大いに関係するんですね。要するに一つのまとまった話だから、単元でまとめてやろうっていう風習があるわけです。しかし、場合によってはもっと切ってもいいんじゃないかと感じる時もあります。

例えば、数列の中の等差数列や等比数列なんていうものは本当はもっと早くやって欲しいですね。漸化式とか数学的帰納法なんていうのは後でもいいけど、等差数列、等比数列ぐらいはもっと早く、時には中学ぐらいでやってもいいと思います。昔は中学でやっていたわけで、それは極端ですけど。そのくらいやってもいいじゃないかっていう風な気もしています。本当に必要なことは、もっと早くやって欲しいという気はいろいろあります。



● 平面図形の証明について

平面図形の証明が高校に入ってきましたが、これについてはどのようにお考えになりますか？

中学でやって欲しいですね。ちゃんと書く癖が必要なんです。本当は中学でやらなければいけないんで、せめて初等幾何の証明を1ページまで書かなくとも、10行、20行くらいやっぱりやって欲しいですね。

ただこれは先生も大変ですね。入学試験で出したのもわかるんですが、採点考えると。ただ、私も出題して感じたんですが、昔はかなりやってたんですけどね、人数が増えてくるともう採点が間に合わなくなるんですね。それとやっぱり採点しやすい問題を出す風になりまして、1ページもある証明を読んでもうこれは1日に何枚も出来ませんから、そういう点でやっぱりどうも妥協点があります。

しかし、ちゃんと書かせるということは非常に大事な訓練で、記述力というのは数学に非常に重要な能力だと思ってます。

● 数学の学力低下を防ぐには

数学の学力っていうのはどの程度のことを思うかですね。根本的にやっぱり今言ったような計算がある程度できる、それからちゃんと問題を理解して表現ができるという、それから考えることができるという、そういうのがありますけども。その学力と言った場合に一体どこまで学力と考えるのか、今の学校における先生方が本当に必要なことかということまで議論しなければいけないわけで。その学力というのが一体なんであるか、どの学力があればいいかということをもまず議論しないと、これは永久にいたちごっこですね。

それで、一番問題なのは単に数学嫌いじゃなくて、学問嫌いでいうか、学習拒否というか、あるいは学校で習わなくなつて食っていけるわというふうな豊かな社会の問題点が、どうもでてきているようです。だから、学習しないとうるくな人間になれないっていうのか、もう生きていけないよなんていうことがはっきり出てくると、もう少し言いようがあるんですが。

こんなことやって何になるというのが多いんです。ただ、日常すぐに役に立つことじゃなくとも、教養として必要なことってのは当然あるわけで。それをやっぱりもっとはっきり数学者は言わなければいけないと思います。日常役に立つということも、当然言わなければいけないけど。

しかし、役に立つということをあんまり言いすぎると、これ逆効果になる気がします。経済学は数学を何でも使っていますがね。

● 経済学でも数学が必要

先の通信教育も、実は経済学部が中心ですよ。最初話がおこったのは、経済学部の学生が数学ができなくて困るところからきたんです。特に推薦入試で入った学生に対して、数学Ⅰまでで終わっているのが多いので、もう少しちゃんとやってくださいということから話がきたんです。数学Ⅰだけでは、きついですね。もちろん経済学部といってもいろんなところはありますけどね。ただやっぱり今の経済やるんだったらどうしても数理経済のことをある程度知らなければ話にならないと思うんです。そのためには、今の数学でいいのかというのは問題ですけど、やっぱり数学の考え方および、ある程度の技術を知ってないと太刀打ち出来ないと思います。

数検でもそれを考えてましてですね、ある程度日常の数学というような問題は出してるんですが、はたしてローンの問題とか両替の問題なんかが本当に適切な問題であるかというのはちょっと気になってます。両替ってのは、例えば両替店でもっているいろいろその手数料とか交換率がいくらってのがあって、



どこで替えたら得だというふうな問題ですね。これは単純な算術ですけど。それから、ローンの問題は等比数列の問題ですけど、いくら借りていくら返すっていう風な、そういう問題をもうちょっとやってみたいし、計算は電卓でやればいいんですから、そういうのをもっと積極的に早いところ教えて欲しいし、やってみたいと思っています。そういう点では、まだいろいろこじつけめいているかもしれないけど、工夫の余地はあると思うんですよ。

● 大学での学力低下

大学のことにについてはですね、ピンからキリまでありまして、確かに大学生、ある意味で学力低下っていう現象は出ています。ただこれについてはですね、本当に学力が落ちたのか、それとも大学生が増えて、要するにほとんど全員が入るようになってきて、そのために薄まったのかですね。そんなところをやったりははっきり見極めないといけないだろうと思います。ただ学力低下というような、あるいは昔と比べて出来なくなったというような一般論だけでは済まないところが色々あるんじゃないかと思います。それについてはですね、ちょっと話があります。

これ一部公開されて、その後黙ってしまった話ですが、東京大学の工学部では、教養学部で1年半やりまして2年の後半から専門科目に入るんですね。そこで、工業数理という共通科目がありまして、それを始める前に、達成度テストをやっているんです。

1970年代になって、何か今までの通りの講義にはついて来れない学生が増えてきたということを生先生方が言い出して、それでは一つ最初に達成度調査をやろうと。どのくらいの学力があるのかを見て、講義を考えようという話です。確か1980年が第1回目ですか、それから後毎年ではなく、時々なんです。それを繰り返しています。これが重要なのは、同じ問題です。だから問題を回収しますが、まったく同じ問題を出して、ほとんど工学部全員にやらせて、それでまったく同じ採点基準で点をつけて、そういう調査をかれこれ20年続けたというんですから非常に信頼度の強いテストです。

それで、今から10年ほど前に、一度ちょっと発

表されましたんですが。どういうことが出たかとい
いますと、平均点が毎年1点ずつ下がっているとい
う実にきれいな統計なんです。1点っていうのは大
したことないように見えますが、それが15年続い
た。ですから15点下がったわけですね。この調子
で行くと、そのうち0点が平均点になるという予測
になりました(笑)。その後は横ばいだそうです。持
ち直したっていうか、少し上がったっていうか、大体
下がるのは止まったと。だけど、株が下がって安定
したという感じで、元に戻ってないですね。

だから今度また2004年からの指導要領が実施さ
れて、2007年か8年になったらどうなるかとい
うのを心配しています。ここ7・8年くらいは、何と
か安定しているという話だそうです。

● 下がり方の傾向

それについては、もうちょっと深刻な問題がある
んです。全体的に下がったんじゃなくて、中堅が下
がっている。つまり、最上位と最下位はあんまり変
わらない。中間段階が急に下がっている。ですから、
平均点が下がったというより、もっと言えばモード
が下がっています。最頻点が2点ずつ下がっている。
そっちの方がむしろ問題なんです。

だから上位100人くらいはわりにしっかりしてい
る。それから下位100人くらいは、まあしょうがな
いっていうか。真ん中辺の5・600人がすごく下がり
ました。これ半公式的ですがね、とにかく1995年
の上から150番の人の点数は、1980年の500番く
らいの人と大体同じだというデータが出てます。で
すから、上位の100人くらいは信用していいけど、
200番以下というのはあんまり信用できないと思わ
なければいけないという結果ですね。母集団は、大
体900人です。

だから、上位の方はしっかりしていて、これはも
うあんまり下がっていない。それが頼もしいんです
が、その少し下のところが下がってきて、要する
にはじめ少し右よりだった正規分布が左よりになっ
てきたという、それがどうも心配です。

● 内容的な傾向

それから、さらにどういう問題が出来ないかと言
いますとですね、高等学校で習った範囲の問題は出
来る。ところが、大学に入ってから習った知識があ
んまり身に付いてないという傾向があるっていうん
です。東大の教養学部に入ってから習ったはずのこ
とが、どうもあんまりちゃんと出来てないという分
析です。

それから、90年代の終わりから少し持ち直した
というのは、複素数の成績が良くなったと言うん
です。これは、やはり高校に復活したからだろうと。
だから、今度なくなったからまた下がるんじゃない
かと見てますが。

● 単位の換算

ちょっと思いつきなんですけどね、これ常識の問
題なんですけどね、1mm雨が降ったらね、それを
全部溜めたとしたら1m²あたりどれだけ水が溜ま
りますかという問題、これを小学校水準の検定問題
に出したんですよ。お分かりですか？

ちょうど1ℓなんです。こんなね、案外出来
ないんですよ。

特に一般的に単位の問題が苦手ですね。単位の換
算とか、単位がつく数が苦手だという。その理由と
して、一つはメートル法になってしまって、もう10
進法でないものは時分秒しかなくなりましたからね。
非常に楽になったわけです。偶然ですけど私、古本
市で明治時代の小学校の教科書見つけて買ってきま
した。明治43年です。計算ばっかりですけどね。

かなりの部分、 $\frac{1}{3}$ くらいが度量衡の換算です。尺
貫法で、里と町と尺とか間(ケン)とかいう換算の
問題が $\frac{1}{3}$ から半分くらいあります。そういうこと
は今やなくて済むようになりました。そのためか
えて単位換算ができなくなったのかもしれない。

● ゆとりの結果

本当の意味のゆとりというのは、時間がないと出
来ないんですけども、だからといって内容を減らす
というのは、精選するというのは大事なんだけど、
必ずしもプラスにならないんですね。

一つは分量が減ったから楽になったというような
安易な気持ちが出てきたというのがあるし、それか
ら本当にあるんですね、昔増えたときは、とにかく
ちゃんと勉強しなきゃいけないという気があったん
ですが、減ったんだから楽になったという風な気持
ちがあるんです。ですから、内容を減らすことが必
ずしもプラスにならない印象があるんです。

これはある大学の話なんですけども、どうもその
大学に入ってから教えたことが身につかない。少し
教え過ぎてるんじゃないかというので、教えること
を精選した先生がいるんです。極端なこといま
すと、昔の偉い人は一を聞いて十を知るだったんだけ
ども、今の学生は十教えて一しか分からないという。
それで、これではまずいから教える内容を5に減ら
す。丁寧に教えて、5教えて2ぐらいいは分かって欲
しいと。やってみたんだそうですが、これ失敗だそ
うで、5教えたなら0.5しか分からない。結局学生の
理解力を上げることを考えないと、どうにもなら
ない。減らせば減らすほど少なくなった、楽になっ
たと思って、少ない分しか覚えられないというんです。

● 新しい傾向の数学教育

最近アメリカなんかで出来たと思うんですが。そ
れは何ていいですかね、詰め込み教育じゃないん
ですけど、内容減らすとますます勉強しなくなるから、
うんと教えろという主張ですね。前提として、教え

ることを全部理解してくれると思うな。分からないと思え、と。分からなくてもいいから何かちょっと分かったような気がするというようなことをもっと増やせと。だからうんといろんなことを教えろと。そういう傾向が出てきたようですね。

いいかどうか、これはやっぱり先生の腕によります。とにかくいろんなことを教えろと。数学ってのはこんな矮小化なんてものじゃなくてどんどん先があるんだと。一つのことでこれはずっと発展があるんだということをもっとどんどん教えろと。分からない、もう分かんなくなつていいから、先があるんだということを教えて、やってみる意識を起こさせるということは必要じゃないかという風な傾向が出てきました。

ですから、いろんな数学の専門の話をもっと、教科書とかお話的に盛り込めと。もっと最新の数学のことをどんどんお話に入れて、とにかく生徒に分かってるような気にさせるだけでいい。やってみるという気が起こったら成功だという案があります。



● 他教科との連携

それから鹿児島の日数教で聞いたんですが、もうちょっと数学の枠にこだわらずに、もっといろんな教科との横の連携を考える。あるいはいろんなことに興味を持つということが必要じゃないでしょうかということ言っていました。理科ともやっぱり、中々折り合いがつかないんでこれいろいろ大変ですけど、それだけでなく、社会科とかその他随分いろんなところに数学の教材があるんじゃないだろうかと思います。

なんかどうもこの頃、論理は国語に取られちゃったといって嘆いている先生が多いんですが。案外、社会科がどうもキーポイントらしいですね。

● 社会科がキー

妙な話を聞いたんですが、半分冗談ですけどね、今の小学校が天動説教えてるという。どういうことかって言うと、要するに観察しろというんですが、観察すれば太陽は東から昇って西に沈むわけで、太陽が地球の周りを回っていると思うのは当たり前で、

地球が回ってるなんて誰も考えません。これは天動説を教えるわけね。それから力学のことを教えたら、これアリストテレスの説になります。力が働かなければ止まっちゃうの当たり前で、力が働かなかつたら等速運動をするなんてことは、よほど特別な考察がいるんです。

だから観察したことを如何にまとめてくるかということが問題で、地動説が何故出来たかってなことをやるためにはやっぱり歴史を知らなければいけない。それで、実際に面白いのは、偶然かもしれないけど、地球が太陽の周りを回ってるって言うふうに答えた生徒の比率と社会科の成績との相関が高いということです。つまり、そういうことはある程度歴史で習ってるらしいですね。あるいは歴史に関心を持つ生徒はそういうことを勉強しているらしい。というんで、社会科が案外キーポイントになってるという、偶然そういうふうな話もあるんです。そういった事実について、むしろ理科じゃなくて社会科で教えている。確かに科学史なんてのはこれ社会科ですね。

● 数学史について

それから、数学史を教えることは不可能でしょうけど、数学史的な観点っていうのはやっぱりもっと、数学に限らずいろんなところで教える必要はあると思います。数学史はまたそれで非常に難しい問題です。日数教でも、数学史を如何に数学教育に取り入れるかってなことに関しては、気をつけなければいけないという講演がありました。つまりそれは、やっぱりちゃんと調べなければいけないんで、いわゆる逸話的、通俗的に言われている逸話みたいな話をあんまり信用して、孫引きするなど。それから先生がつい思い入れしすぎて、あんまり勝手な歴史を作ってしまうなど。そういうふうな注意がありました。確かにそうなんです。ただ、歴史的観点を数学史、数学教育に取り入れていくという場合には、多少のフィクションもやむを得ないんじゃないかという気はしています。あまり差し障りのない範囲で、ある程度のフィクションは興味持たせるために必要なんじゃないかなということはあるし、怪しげな逸話でも、これは怪しげな話だということを言ってこんな話もあるよというふうなことを言うのは興味持たせる動機なんじゃないかと。

ただ、数学史的な教育っていうのは大事なんで、これ専門的な学会はあるんですが、下手に教えるとまた間違った考えを与えちゃうということ言った方があります。

● 数学史を教える上での注意

それはどういうことかって言いますと、ヨーロッパのルネサンス期、対数の発明から微積分の考えですね。日本では戦国時代から徳川時代の初めなんで、そういうことを話したら、それは面白かったんですが、勘違いした学生がいて、「日本は戦国時代で戦争ばかりしていた時代に、ヨーロッパはこんだけ学問

が発達していたんですか?」といったそうです。これはちょっと勘違いで、ヨーロッパも戦争しています。戦争したから学問が発達したんですね。決して平和じゃなかったわけです。スペインとイギリスの戦争とかいっぱい戦争をして、むしろ戦争の技術としていろんな学問が発達したという。そういう観点が抜け落ちてたという、これは先生の反省ですが。別に戦争を礼賛するわけじゃないけど、そういう事実をやっぱりはっきり言うべきで、言うべきことを言わなければいけないんじゃないかなというんです。だから、これ非常にむずかしい問題ですが、確かに今の数学では歴史的観点が抜け落ちています。

● 現代の数学につながる路線で

18 世紀あたりの数学を見直してみる必要があるんじゃないかということが、数学の専門家の間から言われています。実際、オイラーなんかの数学なんてのは随分怪しげなものもありますけど、非常に豊かで発想に富む数学で、ああいうのがむしろ 19 世紀以後少し軽視されたというか、厳密ではないと言って捨てられてしまったところがあるようです。もう一度また昔に返って改めてあの辺のところを考え直すときと、示唆に富むところがあると思います。

でもそう言う意味で、今の高校までの数学ってのは行列あたりがちょっと新しいけど、もうほとんど大体 18 世紀ですね。微積分は 18 世紀で終わってますし。そこまでいってない、17 世紀で終わってるところもあるぐらいで、それ以後の数学は、ほとんど含まれていません。しかし、数学は本質的に 19 世紀から発達しているわけですから、そういうところの話をやっぱり少しなんか入れる必要があるんじゃないかと。だから数学の流れっていうふうなことで、数学史的な観点を取り入れることも必要だけでも、やっぱりお話でいいからもっと現代の数学につながる路線を少し見せてやる必要があるんじゃないか。さっき言ったようにもっと現代的な話をなんとなく雰囲気でもいいから話してやる必要があるんじゃないか。そういうことをしないと、高等学校の数学の延長のつもりで、大学に入ってから大いにがっくりくるというのが非常に多い例だそうです。だから、その点でもっと、やっぱり大変でしょうけど勉強していただいて、それでいろいろ面白い話を学生に伝えて欲しい。

● 高校教員に対してのメッセージ

それから、一番の問題は、個性がありますからどういうことに関係してるかは生徒によるんだけど、それぞれの生徒が感動したのはどういうことかというふうなことをつかまえて、つまり歴史的な話でもあり、新しい話でもあり、あるいは一番大事なのでもいいですが、何か感動した話っていうのがきっかけとしてそこから話をひろげていくというふうな考え方が必要じゃないかなと思います。

それで、何か感動したことがありますかという、

そういうところから、つまらないことでもいいからとにかく、その人が何か興味を持ったことから入っていくという、それくらい幅を広げる必要があるだろうと。あんまり押し付けがましいことはしないほうがいいだろうと。そういうのがどうも私の今の結論です。これ大変なことなんですけれども。

● 今後の取り組み

生徒の話だと、高校に入って数学を嫌いになるというところが、まだ何なのかよく分からないんです。何故なのか、そういう症状が現れてくるのは事実ですが、何故そうなるのかということについてまだはつきりつかんでいません。受験勉強とかあるいは何か詰め込み的になるとか、学力の差が大きくなってるとか、何かあると思いますが。何かその辺のところを分析したらある意味、きっかけがあるんじゃないかなという感じがしています。場合によっては、教科書薄くなってつまらなくなったということはあるのかもしれませんが。骨と皮ばかりになってしまっているの、肉付けをしなければならない。

ですから、これまだ企画の段階なんですけど、数検では中高一貫の教科書とか学習書を作ってみようと思っています。これはどちらかというと学年別じゃなくて、分野別に考えております。

代数学関連で 3 年ぐらい、幾何を 3 年ぐらいやるというようなことにして、一貫してとにかくひとつまとめたことをやるという、そういうものを企画するというか、そろそろ書き始めるところです。本としては面白いものを作ろうと思っていますが。

私としてはもう引退しましたが、数検を通して、まだいくらでもある程度お手伝いできることがあると思っています。数検の出題とかその参考書の記述とか著述とか、そういうことで、力の限りやっついこうと思っています。



ありがとうございました