

# 高校と大学の数学の橋渡しとしての 数式処理ソフトウェアの利用について

～高大一貫コースの高校生を対象とした実習の実践報告～

八街高等学校 角谷 悟  
静岡理工科大学 理工学部 幸谷 智紀

## 1 はじめに

角谷と幸谷の両名は、高校と大学の数学の橋渡しとしての数式処理ソフトウェアを利用した教材の作成をテーマに、共同研究を行ってきた。

今回のレポートでは、理科系大学の高大一貫コースの高校生向けに行った数式処理ソフトウェア「MuPAD」と、独自に作成した教材「MuPAD Drill」を利用した実習の実践報告を行う。

## 2 研究のはじまり

この共同研究を始めたのは、かれこれ10年前に幸谷が「MuPAD」というドイツ生まれの数式処理ソフトウェアを知り、英語版の解説書を翻訳したことに始まる。その翻訳のチェックを頼まれたのが大学の同級生で、下宿の部屋が隣どうしであった角谷であり、これがこの共同研究を行うきっかけであった。

数式処理ソフトとしてはMathematicaという完成されたソフトウェアがあったが、MuPADには無料で使える教育用ライセンスがあることが大きな魅力であった。幸谷はこの点を生かし、大学に入学してすぐの学生を対象にした導入教育(フレッシュマン・セミナー)への活用を考え、その教材として「大学1年生のためのMuPAD入門」を作成した。

これは扱う数学の範囲を高校を卒業したばかりの学生にも理解できるものに限定し、操作や入力の方法もかなり丁寧に説明したテキストであった。しかし、まだ高校で情報科の授業が始まる前で、コンピュータの扱いの得手不得手の差が大きく、当初はかなりの苦勞を強いられることになった。その頃から、理科系の大学に入学する前に、高校生が数式処理ソフトウェアに触れる機会と、そのための教材の必要性を感じるようになった。

## 3 高大一貫コース実習について

そのような中、2001年より静岡理工科大学と同じ法人内にある、静岡北高等学校と星陵高等学校の「高大一貫コース」に在籍する生徒を対象とした、「夏期実験講座」のテーマの一つとして、『数式処理ソフトを使ってみよう』という実習を幸谷が担当することになった。

静岡理科大学は静岡県袋井市にある、平成3年に設立された理工学部のための私立大学であり、機械工学、電気電子情報、物質生命化学、情報システムの4学科からなる。静岡県中部には数多くの工場があり、いわゆる中堅技術者のニーズが高く、数多くのエンジニアやスペシャリストを輩出している大学である。

静岡理科大学の夏期実験講座は、大学への興味と理解を深めるとともに、レポート作成や技術者としての素養を身につける目的で行われており、1週間にわたり、大学内でいくつかの実習を2日間ずつ受けるというものである。今回の講座に参加する高大一貫コースの生徒は、将来、静岡理科大学に入学することを前提に授業や高校生活を送っており、通常の普通科の高校生で考えれば、「理科系」の生徒であると考えてよい。

この講座で幸谷が担当する実習は、フレッシュマン・セミナーで行っている実習とほぼ同じ内容を、高校2、3年生を対象に行うというもので、高校生に数式処理ソフトウェアを利用させてみたいという希望を叶えるには絶好の機会であった。

なお、この実習は修了者には大学入学後の単位として認定されるため、生徒個々の評価を与えなくてはならないので、本来、学外の者が関わることは好ましくない点もあるが、対象が高校生であり、実際に高校で数学の授業を行っていることと、共同研究者であるということで、角谷がオブザーバー的な存在で参加しアドバイスをを行うことになった。実際の実習は幸谷およびアシスタント(静岡理科大学の学生)が、また生徒への評価は幸谷のみが担当し、角谷は実習計画と教材作成の協力と、実習を参観した上で実習方法の改善点の検討に加わった。



図 1: 実習の様子 1



図 2: 実習の様子 2

## 4 MuPAD について

今回の実習で使用した数式処理ソフトウェア「MuPAD」(ミューパッド)は、ドイツの Paderborn 大学で開発されたソフトウェアで、Mathematica などと同様に、学習用ではなく、専門家が科学技術計算用に使用する目的でつくられたものである。最新のバージョンは MuPAD Pro 4.0(2006 年 10 月現在)で、SciFace 社が販売している。

数式処理ソフトウェアは一般に高価で、通常の高校のコンピュータ教室に導入するには莫大な費用がかかる。MuPAD Pro もこの点については同じである。

しかし、MuPAD には Ver.2.5.3 までは、使い勝手は劣るものの計算機能がほぼ同じである「MuPAD Light」という、教育用の無料バージョンが存在した<sup>1</sup>。トライアルではない、商用の数式処理ソフトの無料版が配布されているのはこれ以外にはない。今回のような短期の実習や公立高校で利用するにはもってこいであり、このソフトウェアは学習用ではなく研究者用のものなので、将来、実際に他の商用数式処理ソフトウェアを使用する場合にも、スムーズに移行できるという利点もある。

我々は高校生向けの教材を実行するには十分な機能を有することを確認した上で、この実習に MuPAD Light を使用することを決めた。

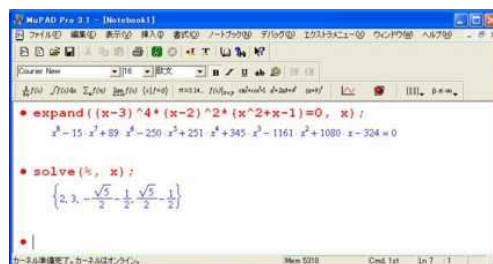


図 3: MuPAD Pro の実行画面

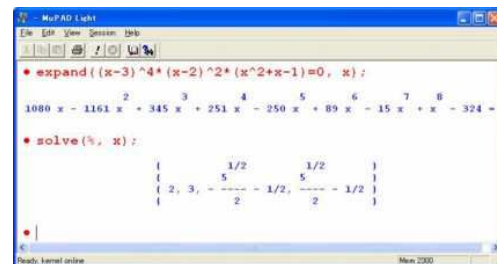


図 4: MuPAD Light の実行画面

## 5 ドリル形式の教材について

実習の初年度は大学生に行うものと同様に、「大学1年生のための MuPAD 入門」をテキストにして、教材の問題を解いていくという形式であった。

テキストは高校生レベルなので、数学の問題をコンピュータで解くことができることは理解してもらえたようであったが、単にコンピュータの実習を行っているだけの雰囲気強く、数学を意識して取り組ませるには不十分であった。また、大学での実習の経験という点を意識しすぎたためか、実習時間が長く、教材の分量も多く、書式も文章を読まねば分からないなどの、高校生には無理がある部分もあった。

その点を改善するために開発したのが、ドリル形式で、簡素かつ明瞭なテキストである「MuPAD Drill」である。フリーのソフトウェアである「Open Office」を使用して作られており、あらかじめ印刷して生徒に渡すテキスト部分と、生徒がコンピュータ上で入力を行うレポート部分に分かれている。その構成は次の通りである。

- テキスト部分は細かい説明を省き、例題と入力方法、出力例のみを示す。
- レポート部分は生徒が MuPAD で実行した入力式と出力結果を、解答スペースにコピー＆ペーストできるようにする。
- 1 単元が終了した後にレポート部分を印刷する。印刷した後、出力結果を見ながら、「解答(手書き)」の欄に、解答を各自が手書きで記入して、講師に提出する。

そして、このドリルの特徴は、

<sup>1</sup>現在では、MuPAD Light の開発が中止されており、ダウンロードできません。また、本文に記載された社名および製品名は、各社の商標または登録商標です。

- さまざまな説明を文章ではなく、講師の説明で理解させることで、実習に集中させることができる。
- MuPAD の入力と演算結果を、画面上で見て終わりではなく、記録として残すことができる。
- 手書きの欄を作ることで、レポート作成の手法やマナーを練習できる。
- また、手書きをするためには出力結果の意味を数学的に解釈せねばならず、計算の意味や数学の知識の重要性を知ることができる。

といったことが挙げられる。ドリルの特徴の3点目と4点目については、教育効果として重要な点であり、実践報告の後で詳しく述べる。



図 5: MuPAD Drill のテキスト部分

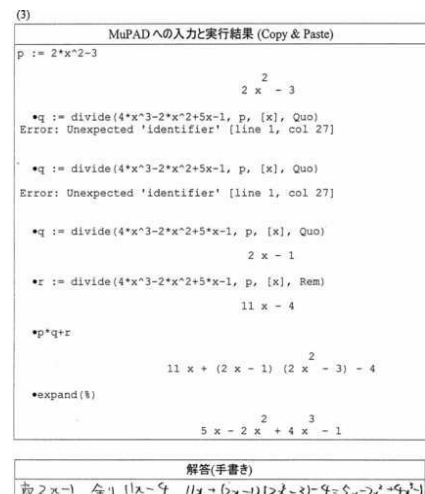


図 6: レポート部分

## 6 今年度の実験講座の実践報告

### (1) 実習の概要

< 日程 > 平成 18 年 8 月 24 日 (木) 13:00 ~ 15:00  
8 月 25 日 (金) 9:00 ~ 16:00

※ 高校と同様に 1 時限を 50 分とし、間に 10 分の休憩を入れる

< 受講生徒 > 静岡北高等学校・星陵高等学校 普通科 (高大一貫コース) 12 名

< 教室・機材 > 静岡理工科大学 第 443 実験室

コンピュータ: デスクトップパソコン (1 名 1 台)

CPU: Pentium IV (2.8GHz)

OS: Microsoft Windows XP Professional (SP2)

ソフトウェア: MuPAD Ver.2.5.3 Light, Open Office Ver.2.0

< 使用教材 > MuPAD Drill Ver.0.2

## (2) 教材の内容

教材となる MuPAD Drill は、レポート 1～8 の 8 つのテーマと総合問題からなる。レポート 1～8 のテーマは、以下の通りである。

- |                     |                 |
|---------------------|-----------------|
| 1 数の計算              | 5 方程式の解法        |
| 2 素因数分解と最大公約数・最小公倍数 | 6 不等式の解法        |
| 3 多項式の展開と因数分解       | 7 連立方程式とグラフのかき方 |
| 4 多項式の除法            | 8 応用問題(線形計画法)   |

なお、総合問題は各レポートの補充問題であり、時間に余裕がある生徒が取り組むためのものである。

## (3) 1 日目の実習の様子

443 実験室は幸谷のメインの研究テーマである並列計算実験を行うための部屋であり、コンピュータは整然と並んでいるが、大人数で使うには多少狭い。受講生の熱気もあって、エアコンも十分には効かない状態になった。

受講生の態度はたいへんにまじめで、ただ指示に従うだけでなくアシスタントへの質問も飛び交った。実習を始めて 6 年になるが、年々、前向きに取り組む生徒が増えている印象がある。

実習はコンピュータの操作方法の説明からスタートした。今は中学校や高等学校で情報関係の授業が必修となり、コンピュータを使った授業はすべての生徒にとってごくごく普通のものであり、基本操作については何の心配も感じなかった。

その後レポート 1(数の計算)とレポート 2(素因数分解と最大公約数・最小公倍数)に入ったが、表計算ソフトウェアを使用した経験があるためか、 $+$   $-$   $*$   $/$   $^$  といった演算子の入力や `sqrt` や `ifactor` といった関数の入力についても、何の違和感もなくこなしていた。

MuPAD の独特の表示にもすぐ慣れたようで、MuPAD Drill への貼りつけやプリントアウトの段階にたどり着くスピードは我々の予想以上に速かった。最大公約数や最小公倍数の指数表示に若干とまどう生徒は見られたものの、演算結果を手書きすることについても順調にこなし、1 日目を終えた。

## (4) 2 日目午前の様子

2 日目はレポート 3～レポート 8 を 6 時間にわたり行った。生徒はホテルで合宿をしているので、夜に話し込んでいたのか、若干目をこすっているような生徒もいたが、これも夏休みの良い思い出かもしれない。

午前の重要な課題は式の入力方法である。数式処理ソフトウェアは、文字式の処理を文字式の形のまま行うことが、通常使用する電卓や表計算ソフトウェア、数値計算ソフトウェアとの大きな違いである。

ところで、日頃、数学の問題を考える際には、

$$a \times b = ab$$

という、中学校 1 年生で教わった通りに無意識に  $\times$  を省略して式を表している。しかし、例えば、 $(a+b)(c+d)$  を展開するために、

```
>(a+b)(c+d);
```

と MuPAD に入力しても、エラーが返ってくる。正しくは、

```
>(a+b)*(c+d);
```

と  $\times$  を省かずに打たねばならない。さらに、これを正しく打っても、MuPAD は

```
(a+b)(c+d)
```

としか答えてくれない。つまり、「あなたが入力したのはこうですね」という返ししかしてくれず、自動的に展開をしてくれないのである。もし展開したければ、

```
>expand((a+b)*(c+d));
```

と、「この式を展開しなさい」と伝えねばならない。

このようなミスをはじめ、数学の計算でコンピュータを利用するとき、ヒューマンエラーはつきもので、その意識をもつことはとても重要である。MuPAD Light は無料バージョンであるため、一度演算させるとカーソルを前に戻して直すことができない。もう一度入力することになる。解答が問題の解として適切かどうか確認するという、手計算ではとてもしないようなことを、生徒は自然とするようになる。

レポート 5(方程式の解法) では、solve 関数を使って解を求めさせた後で、方程式の両辺に、たった今求めた解を代入し、解が正しいかどうか検算をさせた。2 次方程式で解が無理数になる場合も出題したので、ここでとまどって時間がかかる生徒が多く見られたが、コンピュータの解にはチェックが欠かせないことと、「方程式」というものの意味を理解してほしいと考えたためである。

## (5) 2 日目午後の様子

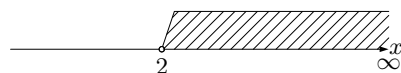
各自、学生食堂で昼食をとって午後の実習になる。学食は公立高校の教員にはとてもうらやましいし、学生時代を思い出す場でもある。

午後のはじめはレポート 6(不等式) であるが、ここで数学的な知識を知らなければならない場面が出てくる。

MuPAD Light は、製品版である MuPAD Pro に比べて、画面表示がすべてテキスト表示であるという弱点がある。例えば、 $2 < x$  は MuPAD Light では、

```
]2,infinity[
```

と表示される。これは不等式を「区間」で示していて、 $]a,b[$  は开区間 ( $a < x < b$ )、 $[a,b]$  は閉区間 ( $a \leq x \leq b$ ) を示している。开区間、閉区間は特に 2 年生は全く教わったことがない考え方なので、その意味を次のような数直線を使って、



$2 < x$  が开区間  $(2, \infty)$  と示されていることを説明し、出力された解の意味を人間の都合に合うように解釈して書いたり、伝えたりすることがとても重要であることを説明した。

ところで、すでに実習もかなり長時間に及んでいたが、この話をしているときに、何人もの生徒がホワイトボードに身を乗り出して説明を聞いている姿が見られた。この印象は強烈だった。その姿を見ていて、日頃の経験から、同じ内容を教室で黒板を使って説明していたら、そこまで興味を持ってはもらえないだろうし、ノートをとるだけで精一杯かもしれないと感じた。コンピュータが出した訳のわからない答えを解釈しなくてはならないという目的意識と、プリ

ントには説明を載せず、講師の方を向かなければ理解できないという MuPAD Drill がなせることなのだった。

最後のテーマである線形計画法を題材にした応用問題では、時間が迫っていたために実演するだけに終わったが、ほぼすべての内容を行い、2 日間の実習を終えた。

## 7 これまでの実習の総括

今回を含め、これまで4回にわたって行ってきた実習を総括して、ドリル形式を用いた数式処理ソフトウェア実習について考察したいと思う。

### (1) 高校数学と大学数学の橋渡しの効果について

現在の研究の世界では、微分方程式やベクトル解析をはじめ、すでに数式処理ソフトウェアを使うことは当たり前に行われている。それは、立式は容易でも計算過程が高度になり、コンピュータの計算力に頼らざるを得なくなったことと、検算の労力が軽減されること、そして、計算に費やされていた時間を研究の時間に使えるようにするためである。

今回の実習は研究現場で行われていることを少しでも知ってもらうことが目的で、我々もそれ以上のことは求めていないし、繰り返しそのことを生徒に伝えた。また、計算など学ばなくてもコンピュータがやってくれるという幻想を抱かせないように、不等式の解の解釈や線形計画法の例を通して、出力結果を解釈するには基礎的な知識や計算力が重要であることも繰り返し述べた。

我々は高校数学と大学数学の橋渡しを、大学で学ぶ数学を紹介するという方法ではなく、研究手法の紹介と体験という観点からアプローチしてきた。2 日間の実習では深くは伝えきれなかったが、「数学を学習する意味を持つことができた」という受講者の感想もあり、一定の効果があつたのではないかと考えている。

### (2) レポート作成の効果について

実習を重ねる中で、高校の現場では「レポート」を作成する機会が少ないことに気がついた。前述の通り、MuPAD Drill は単に出力結果を貼りつけるだけでなく、手書きの欄を設けて生徒自身で数学的に解釈し、解答を記入することになっている。当初、その手書きの部分がただ演算結果を丸写ししたり、メモ程度に書き殴ったりするものが後を絶たなかった。高校生は数学の問題を解いて、その過程や結果を書き提出する機会が多い。しかし、それは答案作りであってレポートではない。現代数学ではコンピュータで出力された数値やグラフを分析することから、理論を構築するケースも多い。

そこで、実習で提出するものは「レポート」であり、他人に見てもらうものであることを徹底して指導したところ、見違えるようなきれいなレポートになった。時間の都合上、考察を書かせるところまではたどり着かなかったが、大学では必須のスキルであるレポート作成の重要性を理解してもらうことはできたのではないかと思う。



### (3) 受講生による評価について

右の表は 2004 年の受講生アンケートの結果である。これは大学側で行ったもので、評価は各項目を 5 点満点で受講生が採点したものである。

関心度、満足度は個々の数学力にばらつきがあるため予想した範囲であったが、理解度や説明内容の評価が平均より高かったのは、正直意外だった。

	本実習	全体平均
内容は理解できましたか？	4.33	4.27
板書やプロジェクトは見やすかったですか？	4.56	4.33
先生の説明は聞きやすかったですか？	4.44	4.30
講義を聴いて関心が高まりましたか？	4.22	4.32
講義に満足できましたか？	4.22	4.34
平均値	4.36	4.31
順位 (18 テーマ中)	10	

魅力的な実習が数多く並ぶ中で、コンピュータを使うものの、ひたすら数学の問題を解き続けるという学習色が強い実習だったので、この成績にはホッと胸をなで下ろしている。

## 8 結論と課題

これまでの共同研究を通して、我々は数学の研究手法の一助としてのコンピュータの利用とそのため数学の基礎学習の重要性、レポート作成の大切さなどの理解を深めるという点から、高校生に数式処理ソフトウェアを体験してもらうことの意義は大きいと考える。

一方では課題もある。一つは技術の進化によるものである。今回の実習はソフトウェアの不完全なところを逆に利用して出力結果の解釈の重要性を理解させようと考えたわけであるが、MuPAD Pro は標準的な数学の表示ができるようになっていて、出力結果を解釈させる必要はない。完全なソフトウェアで今回と同様な効果が得られるかはまだ分からない。

二つめは今回の舞台は大学であったが、高校で同じことができるかどうか課題が残る。実は、角谷は前任校で理系コースの 6 名の生徒を対象に、数学 III の 3 学期に MuPAD を使って体験授業を行ったことがある。それは理系進学者がいなくなった状態で授業への関心を維持させるために行ったのだが、普段の授業で果たして行いうる余裕があるのかどうかは疑問である。

その他にも課題は多く残っているが、これまでの研究をふまえて、「e-learning 教材」として利用できないかといった、別の視点での応用も考えられるので、機会をみて数式処理ソフトウェアを活用した数学教育について、何らかの研究を続けていきたいと思う。

## 9 おわりに

この研究においてはアシスタントを務めていただいた静岡理工科大学の学生諸君の活躍が不可欠であった。この場を借りて感謝申し上げたい。

なお、今回の実習に関する各種資料は、幸谷のホームページ <http://na-inet.jp/mupad/> で見ることができるので、ご覧になりたい方はアクセスしていただきたい。

- (掲載資料)
- ・ MuPAD Drill Ver.0.2(幸谷, 角谷)
  - ・ 大学 1 年生のための MuPAD 入門 (幸谷, 角谷)
  - ・ MuPAD1.4 Demonstration Tour(翻訳)
  - ・ 平成 18 年度の実習の学習指導案 (角谷が作成)
- その他