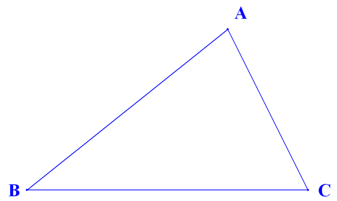
今年の入試問題に関連して

県立柏高等学校　金城 幸枝

今年の千葉県公立高等学校の入試問題に次のような問題が出題されました。

2.(7)　下の図の△ABC を切り分け，分けられた部分を並びかえることにより，△ABC と面積が等しい長方形を作りたい。
　この 2 本の直線を作図しなさい。



上の解として，3 種類の解答が示されていたが，さらに，次のような解をみつけたのでここに紹介します。

一番短い辺 AC と一番長い辺 BC の中点をそれぞれ P，Q とし，線分 PQ を半径とする円を，点 P，Q を中心に描き，それらの円と辺 AB との交点をそれぞれ R，S とする。(図 1)

点 P，Q は辺 AC と BC の中点だから，PQ // RS･･･①

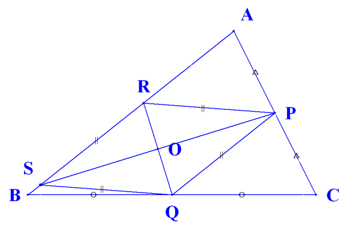


図 1:

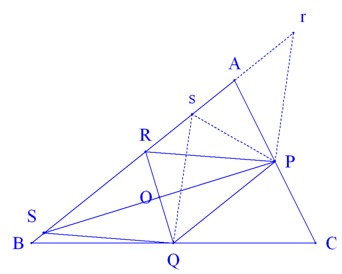


図 2:

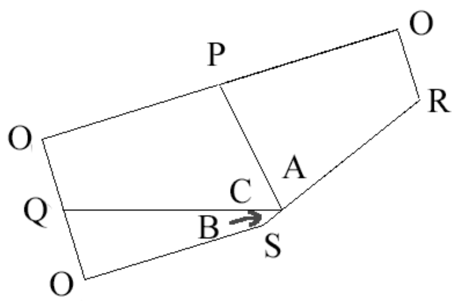
点 Q を中心に描いた円と辺 AB との交点は 2 点あるが，点 B に近い方の点を S とし，点 A に近い方の点を s とする。図 2 より次のことがわかる。四角形 sRQP は等脚台形になるので，目的は達せられない。また，辺 AB の延長線と点 P を中心に描いた円との交点を r とすると，四角形 rSQP も等脚台形になるので，目的は達せられない。ひし形 rsQP を作ったときも，目的は達せられない。したがって，点 R，S は（図 1）のような位置になければならない。PQ = PR = QS･･･② だから，① より，▱RSQP はひし形である。 よって，直線 RQ と PS は直交する。したがって，直線 RQ と PS が求める 2 本の直線である。

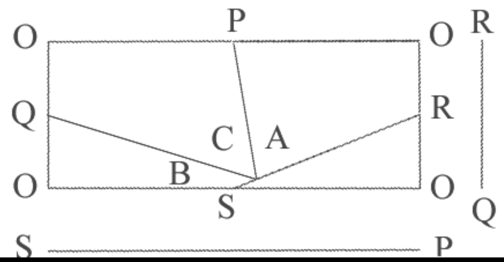
次に，このように切り分けられた断片が長方形になることを示そう。

（証明）2 直線 PS と RQ との交点を O とする。

四角形 AROP と四角形 CPOQ において，辺 AP が辺 CP に重なるように四角形 AROP を回転させ，移動する。次に，四角形 BQOS と四角形 CPOQ において，辺 BQ が辺 CQ に重なるように四角形 BQOS を回転させ，移動する。

一方，$\mathrm{RS} = \mathrm{PQ} = \dfrac{1}{2}\mathrm{AB} = \mathrm{AB} - \mathrm{RS} = \mathrm{AR} + \mathrm{SB}$ だから，△RSO は残りの位置に収まる。





[redacted]

（証明終わり）

△ABC を上のように切り分け，並べ替えて作った長方形の 2 辺の長さは，ひし形 RSQP の 2 つの対角線の長さと一致する。

なお，この問題では，鋭角三角形であるが，3 辺の長さが異なるならば，直角三角形，鈍角三角形においても同様の切り分け方で長方形が作れる。2 等辺三角形の場合は結果的に模範解答と同じになる。